FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE CHIMIE
—oOo—

2016-2017

L1-PCSM
TRAVAUX DIRIGES DE CHIMIE-PHYSIQUE - SERIE N°4

Exercice 1 :

1) On prépare 100mL d'une solution (A) en dissolvant 0,164g d'acétate de sodium dans une quantité d'eau nécessaire. Quel est le pH de (A) sachant que pour l'acide acétique pKa = 4,7 ?

2) Calculer le pH de (B) obtenu en mélangeant 50mL de (A) et 200mL d'une solution d'acide acétique 5.10^{-3} molaire.

3) Quel volume de HCl 0,5M permet de doser 100mL de (A) ?

Exercice 2 : pKa(-COOH/-COO$^-$) = 2,34 et pKa(-NH_3^+/-NH_2) = 9,60

1) Calculer le pH d'une solution (A) constituée de HCl 10^{-2}M.

2) Calculer le pH d'une solution (B) de glycine (H_2N-CH_2-COOH) 10^{-2}M.

3) On mélange 50mL de (A) avec 50mL de (B). Quel est le pH de la solution (C) obtenue ?

4) Calculer le pH de (C) suite à l'ajout d'un volume total de : 5mL, 10mL, 15mL, 20mL, 25mL de soude 5.10^{-2}M.

Exercice 3 : La diéthylamine est une monobase le pKa du couple est 11,1. On dispose des trois solutions (A), (B), et (C) suivantes : (A) : diéthylamine C_A = 0,1M ; (B) : Sulfate de diéthylammonim C_B = 0,1M ; (C) : Acide H_2SO_4 (diacide fort) C_C = 0,05M. Déterminer le pH des mélanges suivants :

1) 100mL de (A) et 100mL de (B)
2) 100mL de (A) et 100mL de (C)
3) 100mL de (A) et 50mL de (C)
4) 100mL de (B) et 50mL de (C)

Exercice 4: *Examen semestre-2 (session de remplacement 2016)*

1) Quel est le pH d'une solution aqueuse (A) de $Ba(OH)_2$ 5.10^{-3}M ?

2) Calculer le pH obtenu lorsque l'on à 200ml de (A) :

2-a) 400mL de HCl 5.10^{-3}M (solution (B)).

2-b) 500mL de HCl 5.10^{-3}M (solution (B')).

3) Soit une solution (C) de Na_2CO_3 0,1 N.

3-a) Déterminer le diagramme de prédominance des espèces en fonction du pH.

3-b) Calculer le pH de la solution (C).

3-c) On ajoute 50mL de HCl 0,1N dans 100mL de (C). Calculer le pH de la solution (D) obtenue.

3-d) Quel volume de HCl 0,1N faut-il ajouter dans 100mL de (C) pour obtenir une solution (E) de pH = 10,3.

On donne : $pKa_1(H_2CO_3/HCO_3^-) = 6,3$ et $pKa_2(HCO_3^-/CO_3^{2-}) = 10,3$.

Scanné avec CamScanner

Exercice 5 : *Examen semestre-2 (session normale 2016)*

Nous disposons des solutions suivantes : NaBrO (A), KClO (B), HCOOH (C), HCl (D) de concentrations molaires respectives $C_A = 0,02M$, $C_B = 0,05M$, $C_C = 0,02M$ et $C_D = 0,1M$.

1) Déterminer le pH de (A).

1-a) Quel volume d'eau faut-il ajouter à 100mL de la solution (A) pour faire varier son pH d'une unité ? Soit (A') la nouvelle solution obtenue.

1-b) Déterminer le coefficient de dissociation de l'espèce active principale dans (A').

2) Une solution (E) est obtenue en mélangeant des volumes égaux (0,1L) des solutions (A) et (C). Déterminer le pH de (E).

3-a) Une solution (F) est obtenue en ajoutant, sans variation de volume, 0,68g de HCOONa à 200mL de la solution (C). Déterminer le pH de la solution (F).

3-b) On envisage de préparer 500mL d'une solution tampon (G) de pH égal à 7. Indiquer les solutions ci-dessus à utiliser et déterminer leurs volumes.

4) Une solution (H) est obtenue en mélangeant un volume V de la solution (A) et un volume 4V de la solution (B). Déterminer le pH de la solution (H).

Exercice 6 :

1) On introduit 3,12g de Ag_2SO_4 dans un litre d'eau pure en négligeant la variation de volume. $pKs(Ag_2SO_4) = 5$ et $M(Ag_2SO_4) = 312\ g.mol^{-1}$.

1-a) A-t-on atteint la saturation ? Justifier votre réponse.

1-b) On ajoute à la solution précédente une masse x de Na_2SO_4 solide. Le précipité obtenu, isolé et pesé, a une masse de 1,56g. Expliquer ce qui se passe et identifier le précipité formé.

1-c) Calculer la masse x ajoutée du sulfate de sodium.

2) On introduit 210mg de AgCl dans 100mL d'une solution d'ammoniaque. Il se forme l'ion $[Ag(NH_3)_2]^+$. Quelle la concentration minimale d'ammoniaque permet de dissoudre tout le AgCl ? $pKs(AgCl) = 9,75$.

Exercice 7 : *-Examen semestre-2 (session de remplacement 2016)*

1) Calculer la solubilité à 25°C du composé $PbCl_2$ ($Ks = 1,7.10^{-5}$) dans l'eau pure.

2) 2-a) A 25°C, on introduit 500mg de $PbCl_2$ dans de l'eau pure ; le volume de la solution étant égal à 100mL. Calculer la masse de $PbCl_2$ non dissoute (précipité).

2-b) Quel volume minimal d'eau pure faut-il ajouter dans cette solution pour dissoudre complètement le précipité de $PbCl_2$?

3) On mélange 50mL d'une solution aqueuse de NaCl $4.10^{-2}M$ et 50mL d'une solution aqueuse de $Pb(NO_3)_2$ $2.10^{-2}M$. Se forme-t-il un précipité ? Justifier votre réponse.

4) 4-a) Calculer la solubilité de AgCN ($Ks = 5,97.10^{-17}$) dans une solution aqueuse de pH = 3,2 ? ($pKa_{(HCN/CN^-)} = 6,4$)

4-b) On augmente le pH d'une unité sans variation notable du volume de la solution. Calculer la variation de masse du précipité formé.

Scanné avec CamScanner

Corrigé

Exercice 1 :

1) CH_3COONa est une base ''non forte'' telle que :

$C_A = \frac{0,164}{82x0,1} = 2.10^{-2}M$ et $\frac{K_b}{C_A} = \frac{10^{-9,3}}{2.10^{-2}} < 10^{-2}$

$\Longrightarrow pH = 7 + \frac{1}{2}(4,7 + log2.10^{-2}) = 8,5$

2) Mélange tampon : $pH = 4,7 + log\frac{2.10^{-2}x50}{5.10^{-3}x200} = 4,7$ tampon maximal

3) $V_{HCl} = \frac{C_A V_A}{C_{HCl}} = \frac{2.10^{-2}x100}{0,5} = 4mL$

Exercice 2 :

1) HCl est un acide fort tel que $C_A > 10^{-6} \Longrightarrow pH = -log10^{-2} = 2$

2) En milieu aqueux la glycine $H_2N\text{-}CH_2\text{-}COOH$ se transforme en amphion $H_3N^+CH_2COO^-$ qui est un amphotère : $pH = \frac{1}{2}(2,34 + 9,6) = 5,97$

3) En présence de HCl, l'amphion réagit. Les quantités mélangées étant équimolaires, on obtient à la fin de la réaction $H_3N^+CH_2COOH$ diacide tel que $\Delta pKa \geq 4 \Longrightarrow$ on peut négliger la 2ème acidité. On vérifie que $\frac{K_a(COOH/COO^-)}{\bar{C}_B} = \frac{10^{-2,34}}{5.10^{-3}} = 0,914 > 10^{-2}$ acide moyen

$$\Longrightarrow pH = -log\left\{\frac{-K_a + \sqrt{K_a^2 + 4K_a\bar{C}_B}}{2}\right\} = -log\left\{\frac{-10^{-2,34} + \sqrt{(10^{-2,34})^2 + 4.10^{-2,34}x5.10^{-3}}}{2}\right\} = 3,14$$

4) a) $V_{NaOH} = 5mL$ qui correspond à $2,5.10^{-4}$mole. Après réaction on obtient une solution tampon constituée de $H_3N^+CH_2COOH$ et $H_3N^+CH_2COO^-$ de $pH = 2,34 + log\left(\frac{2,5.10^{-4}}{2,5.10^{-4}}\right) = 2,34$

b) $V_{NaOH} = 10mL$ qui correspond à 5.10^{-4}mole. Après réaction on obtient que $H_3N^+CH_2COO^-$ un amphotère : $pH = \frac{1}{2}(2,34 + 9,6) = 5,97$

c) $V_{NaOH} = 15mL$ qui correspond à $7,5.10^{-4}$mole. Après réaction on a en solution $H_3N^+CH_2COO^-$ et $H_2NCH_2COO^-$: tampon, $pH = 9,60 + log\left(\frac{2,5.10^{-4}}{2,5.10^{-4}}\right) = 9,6$

d) $V_{NaOH} = 20mL$ qui correspond à 10.10^{-4}mole. On a après la réaction majoritairement le $H_2NCH_2COO^-$. Solution de dibase ''non forte'' tel que également $\Delta pKa \geq 4 \Longrightarrow$ on peut négliger la 2ème basicité. Et on vérifie que $\frac{K_b(-NH_3^+/-NH_3)}{\bar{C}_C} = \frac{10^{-5,4}}{4,17.10^{-3}} = 9,54.10^{-4} < 10^{-2} \Longrightarrow$ base faible.

$$pH = 7 + \frac{1}{2}(pK_a + log\bar{C}_C) = 7 + \frac{1}{2}(9,6 + log4,17.10^{-3}) = 10,61$$

e) $V_{NaOH} = 25mL$ qui correspond à $12,5.10^{-4}$mole. Après réaction, il reste $2,5.10^{-4}$mole de NaOH et il se forme 5.10^{-4}mole de $H_2NCH_2COO^-$. On vérifie que $C_{NaOH} = 2.10^{-3}$M supérieur à 10^{-6}M. Et $\frac{K_b(-NH_3^+/-NH_3)}{\bar{C}_C} = \frac{10^{-5,4}}{4.10^{-3}} = 9,95.10^{-4} < 10^{-2}$ Donc le calcul du pH peut se faire en tenant compte seulement du NaOH : $pH = 14 + log2.10^{-3} = 11,3$

Scanné avec CamScanner

Exercice 3 :

1) Dans le mélange, $[(C_2H_5)_2NH] = \bar{C}_A = \frac{C_A V_A}{2V_A} = \frac{C_A}{2} = 0{,}05M$

et $[(C_2H_5)_2NH_2^+] = \bar{C}_B = 2[((C_2H_5)_2NH)_2SO_4] = \frac{2C_B V_B}{2V_B} = C_B = 0{,}1M$

Acide et base conjuguée : tampon $pH = pK_a + log\frac{\bar{C}_A}{\bar{C}_B} = 11{,}1 + log0{,}5 = 10{,}8$

2) Il va y avoir réaction :

$2(C_2H_5)_2NH$	+	H_2SO_4	→	$2(C_2H_5)_2NH_2^+$	+	SO_4^{2-}
0,01mol		0,005mol		0		0
0		0		0,01mol		0,01mol

Solution d'acide "non fort" $[(C_2H_5)_2NH_2^+] = \bar{C}_a = \frac{0{,}01}{0{,}2} = 0{,}05M$

On vérifie : $\frac{K_a}{\bar{C}_a} = \frac{10^{-11,1}}{0{,}05} = 1{,}57.10^{-2} < 10^{-2}$ acide faible

$$pH = \frac{1}{2}(pK_a - logC_a) = \frac{1}{2}(11{,}1 - log0{,}05) = 6{,}2$$

3) Même réaction que précédemment. Il reste 0,005mole de $(C_2H_5)_2NH$ et il se forme 0,005mole de $(C_2H_5)_2NH_2^+$. Solution tampon:

$$pH = pK_a + log\frac{0{,}005}{0{,}005} = pK_a = 11{,}1$$

4) Dans le mélange, $[H_2SO_4] = \bar{C}_C = 1{,}67.10^{-2}M > 10^{-6}M$

et $[C_2H_5NH_2^+] = \bar{C}_B = 13{,}33.10^{-2}M$

On vérifie : $\frac{K_a}{\bar{C}_B} = \frac{10^{-11,1}}{13{,}33.10^{-2}} < 10^{-2}$

On a un mélange constitué de deux acides : l'un fort de concentration $>10^{-6}$M et l'autre faible. Le pH peut se calculer en négligeant l'acide faible.

$$pH = -log2\bar{C}_C = -log2x1{,}67.10^{-2} = 1{,}48$$

Exercice 4 :

1) $Ba(OH)_2$ base forte telle que $C_b = C_A = 5.10^{-3}M > 10^{-6}M$ ⟹ on peut négliger l'autoprotolyse de l'eau : $\mathbf{pH_A = 14 + logC_b = 14 + log5.10^{-3} = 12}$

2) 2-a)

$Ba(OH)_2$	+	2HCl	→	$BaCl_2$	+	$2H_2O$
0,001mol		0,002mol		0		
0		0		0,001mol		

$BaCl_2$ électrolyte neutre ⟹ $\mathbf{pH_B = 7}$

2-b)

$Ba(OH)_2$	+	2HCl	→	$BaCl_2$	+	$2H_2O$
0,001mol		0,0025mol		0		
0		0,0005		0,001mol		

HCl acide fort tel que $C_{HCl} = 5.10^{-4}/0{,}7 = 7{,}1.10^{-2} > 10^{-6}$M

⟹ on peut négliger l'autoprotolyse de l'eau : $\mathbf{pH_B = -logC_{HCl} = -log7{,}1.10^{-2} = 3{,}15}$

Scanné avec CamScanner

1-c) $Ag_2SO_4(s) \rightleftarrows 2Ag^+ + SO_4^{2-}$

t_0	0	2C	C + C'
$t_{éq}$	$\frac{1,56}{312x1} = 0,005M$	2S	$[SO_4^{2-}]$

Bilan molaire: $[SO_4^{2-}]_0 = [SO_4^{2-}] + [Ag_2SO_4] \Longrightarrow C + C' = \frac{K_S}{4S^2} + \frac{1,56}{312x1}$

$\Longrightarrow 10^{-2} + \frac{x}{142x1} = \frac{10^{-5}}{4x(1,357.10^{-2})^2} + 0,005 \Longrightarrow x = 1,218g$

2) Rectifiez! la masse de AgCl est de 210mg

$AgCl(s) \rightleftarrows Ag^+ + Cl^-$

$C - S \quad S \quad S$ avec $C = \frac{0,21}{143,5x0,1} = 0,0146M$

$0 \quad [Ag^+] \quad C$

L'ajout de NH_3 déplace l'équilibre dans le sens de la disparition de AgCl suite à la réaction : $Ag^+ + 2NH_3 \rightarrow Ag(NH_3)_2^+$

$[Ag^+] = \frac{K_s}{C} = \frac{10^{-9,75}}{0,0146} = 1,218.10^{-8}M$

$[Ag^+]_0 \approx C = [Ag^+] + [Ag(NH_3)_2^+]$

$\Longrightarrow [Ag(NH_3)_2^+] = C - \frac{K_s}{C} = 0,0146 - \frac{10^{-9,75}}{0,0146} \approx 0,0146M$

$[NH_3] = [Ag(NH_3)_2^+] = 0,0292M$

Exercice 7 :

1)

$PbCl_2(s) \rightleftharpoons Pb^{2+} + 2Cl^-$

$S \quad 2S$

$\Longrightarrow Ks = 4S^3 \quad S = \sqrt[3]{\frac{Ks}{4}} = \sqrt[3]{\frac{1,7.10^{-5}}{4}} = 1,62.10^{-2}M$

2°) 2-a- On a $m_0(PbCl_2) = 500g$.

Or la masse de $PbCl_2$ dissoute $m_d = S.V.M = 1,62.10^{-2}x0,1x278,2 = 0,451g = 451\ mg$

$\Longrightarrow$ la masse non dissoute est: $m_{nd} = 500 - 451 = 49mg$

2-b- Ks restant constant on a $Ks = 4S'^3$

Tout le sel étant dissout $\Longrightarrow S' = \frac{m_0}{MV_T} \Longrightarrow$

$V_T = \frac{m_0}{M}\left(\frac{Ks}{4}\right)^{-1/3} = \frac{0,5}{278,2}\left(\frac{1,7.10^{-5}}{4}\right)^{-1/3} = 0,111L = 111mL$

Or Ve(ajouté) = V_T – Ve(initial) $\Longrightarrow$ Ve(aj) = 0,111 – 0,1 = 0,01L = 11mL

Scanné avec CamScanner

3°) Les concentrations des ions Cl^- et Pb^{2+} dan la solution finale sont :

$$[Cl^-] = \frac{[NaCl]V}{V_T} = \frac{4.10^{-2} \times 50}{100} = 2.10^{-2} M$$

$$[Pb^{2+}] = \frac{[Pb(NO_3)_2]V}{V_T} = \frac{2.10^{-2} \times 50}{100} = 10^{-2} M$$

Comparons le produits $[Cl^-]^2.[Pb^{2+}]$ à Ks :

$[Cl^-]^2.[Pb^{2+}] = (2.10^{-2})^2 \times 10^{-2} = 4.10^{-6} < Ks$. Donc pas de précipité de $PbCl_2$ (la solution n'est pas saturée).

4) 4-a)

$$AgCN(s) \rightleftharpoons Ag^+ + CN^-$$

$Ks = S.[CN^-] \rightarrow [CN^-] = Ks/S$

$$HCN + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + CN^-$$

$$Ka = \frac{[CN^-]10^{-pH}}{[HCN]} \rightarrow [HCN] = \frac{[CN^-]10^{-pH}}{Ka} = \frac{Ks}{S}\frac{10^{-pH}}{Ka}$$

Or $[HCN]_0 = [HCN] + [CN^-] \rightarrow S = \frac{Ks}{S}\frac{10^{-pH}}{Ka} + \frac{Ks}{S} \rightarrow S = \sqrt{Ks\left(1 + \frac{10^{-pH}}{Ka}\right)}$

$$S = \sqrt{5{,}97.10^{-17}\left(1 + \frac{10^{-3,2}}{3{,}98.10^{-10}}\right)} = 9{,}73.10^{-6} M$$

4-b) Une augmentation du pH = 4,2 entraine une diminution de la solubilité et donc une augmentation de la masse du précipité. Soit S' la nouvelle solubilité.

$$S' = \sqrt{Ks\left(1 + \frac{10^{-pH'}}{Ka}\right)} = \sqrt{5{,}97.10^{-17}\left(1 + \frac{10^{-4,2}}{3{,}98.10^{-10}}\right)} = 3{,}08.10^{-6} M$$

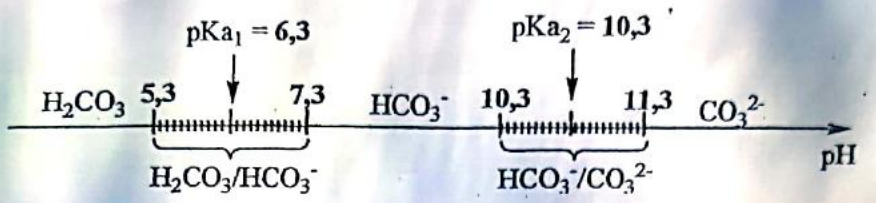
Δm_{AgCN} = (nombre de mole de Ag^+ ayant réagi)x(masse molaire AgCN)

$= (n_{(Ag^+)initial} - n_{(Ag^+)final}).M = (S.V - S'.V).M = (S - S').V.M$

$\Delta m_{AgCN} = (9{,}73.10^{-6} - 3{,}08.10^{-6}) \times 0{,}1 \times 133{,}9 = \mathbf{89.10^{-6} g = 0{,}089\ mg}$

Scanné avec CamScanner

3) 3-a)



3-b) CO_3^{2-} est une dibase telle que : ΔpKa ou ΔpKb > 4 ⟹ la 2ème basicité est négligeable devant la 1ère.

D'autre part : $\frac{K_{b1}}{C_c} = \frac{10^{-3,7}}{0,05} = 3,99.10^{-3} < 10^{-2}$

On peut donc poser : $pH = 7 + ½(pK_{a2} + \log 0,05) = 11,5$

3-c)

CO_3^{2-}	+	HCl	→	HCO_3^-,Cl^-
0,005mol		0,005mol		0
0		0		0,005mol

HCO_3^- est un amphotère ⟹ $pH = ½(pK_{a1} + pK_{a2}) = ½(6,3 + 10,3) = 8,3$

3-d) pH = 10,3 ⟹ solution tampon : $pH = pK_{a2} + \log\frac{n(CO_3^{2-})}{n(HCO_3^-)}$

CO_3^{2-}	+	HCl	→	HCO_3^-,Cl^-
0,005mol		0,1.Vmol		0
(0,005 - 0,1.V)mol		0		0,1.Vmol

$pH = pK_{a2}$ ⟹ 0,005 – 0,1.V = 0,1.V ⟹ V = 0,025L = 25mL

Exercice 5 :

1) (A) est une base ''non forte'' tel $\frac{K_{b(A)}}{C_A} = \frac{10^{-5,3}}{2.10^{-2}} < 10^{-2}$

⟹ $pH_A = 7 + \frac{1}{2}(pK_a + log 2.10^{-2}) = 10,5$

1-a) La dilution entraine une diminution du $pH_{(A)}$ = 10,5 -1 = 9,5. On vérifie que $pH_{(A)} < pKa + 1$ ⟹ base moyenne : $pH_{(A)} = 14 + \log\frac{-K_b + \sqrt{K_b^2 + 4K_b\bar{C}_A}}{2}$

⟹ $\bar{C}_A = \frac{-K_b^2 + [K_b + 2.10^{(pH-14)}]^2}{4K_b} = \frac{-10^{-10,6} + [10^{-5,3} + 2.10^{-4,5}]^2}{4.10^{-5,3}} = 2,3115.10^{-4}M$

Or $\bar{C}_A(V_A + V_{eaj}) = C_A V_A \Longrightarrow V_{eaj} = \left(\frac{C_A}{\bar{C}_A} - 1\right)V_A = \left(\frac{2.10^{-2}}{2,3115.10^{-4}}\right)100 = 8552,4mL$

1-b) $pH_{(A)} = 14 + log\alpha\bar{C}_A$ ⟹ $\alpha = \frac{pH_{(A)} - 14}{\bar{C}_A} = \frac{9,5-14}{2,3115.10^{-4}} = 0,137$

Scanné avec CamScanner

2) On vérifie que ΔpKa des deux couples est supérieur à 4. Donc la réaction est totale :
$NaBrO + HCOOH \rightarrow HBrO + HCOONa$ avec $\bar{C}_{HBrO} = \frac{0,02V}{2V} = 0,01M$ et $\bar{C}_{HCOONa} = \frac{0,02V}{2V} = 0,01M$

En vérifiant on trouve que $\frac{pK_{a(HBrO/BrO^-)}}{\bar{C}_{HBrO}} < 0$; et $\frac{pK_{a(HCOOH/HOOO^-)}}{\bar{C}_{HCOO^-}} < 0$

La solution (E) est donc constituée d'un mélange équimolaire d'acide faible (HBrO) et d'une base faible (HCOONa) : c'est un amphotère

$$pH_E = \frac{1}{2}\left(pK_{a(HBrO/BrO^-)} + pK_{a(HCOOH/HCOO^-)}\right) = \frac{1}{2}(8,7 + 3,75) = 6,2$$

3-a) (F) est un mélange d'acide faible et d'un sel de sa base conjuguée : c'est une solution tampon.

$$pH_F = pK_{a(HCOOH/HCOO^-)} + log\frac{n_{HCOO^-}}{n_{HCOOH}} = 3,75 + log\frac{0,01}{0,004} = 4,15$$

3-b) Pour obtenir la solution tampon (G) de pH= 7. Il faut neutraliser partiellement un volume de la solution (B) par un volume de la solution (D).

KClO	+	HCl	→	HClO	+	KCl
C_BV_B		C_DV_D		0		0
$C_BV_B - C_DV_D$		0		C_DV_D		C_DV_D

$$pH_G = pK_{a(B)} + log\frac{C_BV_B - C_DV_D}{C_DV_D} \Longrightarrow \frac{C_BV_B - C_DV_D}{C_DV_D} = 10^{-0,3} = 0,5012$$
$$\Longrightarrow C_BV_B - C_DV_D = 0,5012C_DV_D \Longrightarrow C_BV_B = 1,5012C_DV_D \Longrightarrow V_B = 3,0024V_D$$
Puisque $V_B + V_D = 0,5L$
$\Longrightarrow V_B = 0,37507$ L et $V_D = 0,1249$ L

4) La solution (H) est un mélange de 2 bases "non fortes" de concentrations $\bar{C}_A = 4.10^{-3}M$ et $\bar{C}_B = 0,04M$.

En vérifiant on trouve que $\frac{K_{b(A)}}{\bar{C}_A} < 10^{-2}$ et $\frac{K_{b(B)}}{\bar{C}_B} < 10^{-2}$

(H) est un mélange de 2 bases faibles : $pH_H = 14 + \frac{1}{2}log\left(K_{b(A)}\bar{C}_A + K_{b(B)}\bar{C}_B\right)$

$$pH_H = 14 + \frac{1}{2}log\left(K_{b(A)}\bar{C}_A + K_{b(B)}\bar{C}_B\right)$$

$$pH_H = 14 + \frac{1}{2}log(10^{-5,3}x4.10^{-3} + 10^{-6,7}x4.10^{-2}) = 10,2$$

Exercice 6 :

1) **1-a)** Soit $Ag_2SO_4(s) \rightleftarrows 2Ag^+ + SO_4^{2-}$

	C – S		2S		S

Pour que la solution puisse être saturée il faut que C ≥ S c-à-d le quotient de réaction $\pi^0 \geq Ks$. Dans le cas contraire la solution n'est pas saturée.

$C = [Ag_2SO_4] = \frac{3,12}{312x1} = 10^{-2}M.$

Or $S = \sqrt[3]{\frac{K_s}{4}} = \sqrt[3]{\frac{10^{-5}}{4}} = 1,357.10^{-2}M$

On a C < S ; donc la solution est insaturée.

1-b) On néglige également la variation de volume. L'ajout de Na_2SO_4 (C' = $\frac{x}{142x1}$) qui contient un ion commun (SO_4^{2-}) a entrainé une réaction dans le sens de la formation du précipité Ag_2SO_4.

Scanné avec CamScanner

350 F

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
Facultés des Sciences et Techniques
Département de chimie

Durée 2 h

---oOo---

Examen de Chimie Physique – L1PCSM
Semestre 2, session normale 2018/2019

---oOo---

Exercice 1 : (*14 points*).

Nous disposons des solutions suivantes :

Solution A: HF, $C_A = 0,1$ M. $pK_a(HF/F^-) = 3,2$

Solution B: NaOH, $C_B = 0,1$M.

Solution C: KCN, $C_C = 0,2$ M. $pK_a(HCN/CN^-) = 9,3$.

Solution D: H_2SO_4, $C_D = 0,1$M. (Diacide fort).

1) Déterminer le pH de la solution A. *1Pt*
2) Quel volume d'eau pure faut-il ajouter à 100 mL de la solution A pour que le pH varie de 0,6 unité. *2Pts*

.Une solution E est obtenue en mélangeant 200mL de A et 100mL de C.

3- Déterminer le pH de la solution E. *3Pts*

4- On envisage de préparer des solutions tampon (F et G) de volume un litre.chacune.

4-a) Quels sont les solutions et les volumes à mélanger pour obtenir : $pH_F = 04$. *2 Pts*

4-b) Quels sont les solutions et les volumes à mélanger pour obtenir : $pH_G = 09$. *3Pts*

5- Quel volume de la solution B faut-il ajouter à 20 mL de la solution D pour obtenir une solution H de pH égal à 12. *3Pts*

Exercice 2 : (*06 points*)

2-1) Déterminer la solubilité (S, en mol/L) de $Mg(OH)_2$ dans l'eau pure. *1Pt*

2-2) Déterminer la masse de NaOH solide qu'il faudrait ajouter à 250 mL de la solution saturée afin que la nouvelle solubilité (S') de $Mg(OH)_2$ soit 20 fois moindre que (S). On négligera la variation de volume induite par l'ajout. *3Pts*

2-3) La concentration moyenne des ions Mg^{2+} dans l'eau de mer est égal à 5.10^{-2} M. A quel pH doit on amener l'eau de mer afin que 90% les ions Mg^{2+} initialement présent précipitent sous forme de $Mg(OH)_2$. *2Pts*

Données : $Ks Mg(OH)_2 = 7.10^{-12}$; M(NaOH) = 40g/mol.

NB : Pour l'exercice 1 :

a) Les vérifications pour valider les formules de pH sont demandées et notées.
b) Les questions (1,3, 4 et 5) sont indépendantes.

Bonne Chance

Scanné avec CamScanner

Exercice N°1

Soit une solution (A) de HF (10^{-1} M) sachant que $pK_a = 3,$

1) Déterminons pH_A ; HF est un acide non fort. Vérifions :

si $\frac{K_a(HF)}{C_A} < 10^{-2} \Rightarrow \frac{10^{-3,2}}{10^{-1}} = 10^{-2,2} = 10^{0,8} \times 10^{-3} = 6,3096 \times 10^{-3} < 10^{-2}$ ✓

La solution (A) est acide faible $\Rightarrow pH_A = \frac{1}{2}(pK_{a(HF)} - \log C_A$

$\left(pH_A = \frac{1}{2}(3,2 - \log 10^{-1}) = 2,1\right) \rightarrow$ 0,5pt

2) Quel volume d'eau faut-il ajouter à 100mL de (A) pour

Le $pH_{Ad} = 2,7$ | $K_a(HF)$ est bien vérifiée

$\Rightarrow K_{a(HF)} = \frac{[H_3O^+]^2}{C_{Ad} - [H_3O^+]}$ cherchons C_{Ad} dil.

$C_{Ad} = \frac{[H_3O^+]^2}{K_{a(HF)}} + [H_3O^+] = \frac{10^{-5,4}}{10^{-3,2}} + 10^{-2,7} = 8,3048357 \times 10^{-3}$ M (1pt)

La dilution entraine une conservation du nbre de moles

$n_{A_i} = n_{A_d} \Rightarrow C_{A_i} V_i = C_{Ad}(V_i + V_{eau})$

$V_{eau} = 1,10411732$ Litre ou 1104,12mL → (1pt)

3) Une solution E est obtenue en mélangeant : 200mL (A) et 100

200mL de HF et 100mL de KC

$n_A = C_A V_A = 0,1 \times 02 = 2.10^{-2}$ mol ; $n_c = C_c \times V_c = 0,2 \times 0,1 = 2 \times 10^{-2}$ mol

Vérifions si la réaction est totale $\Rightarrow \Delta pK_a = 9,3 - 3,2 = 6,1 > 4$

$\Rightarrow$ $HF + KCN \longrightarrow (K^+, F^-) + HCN$

10^{-2} mol · 10^{-2} mol · 0 · 0 $\Rightarrow C_{F^-} = C_{HCN} = \frac{10^{-2}}{0,3} = 3,3$

0 · 0 · 10^{-2} mol · 10^{-2} mol

Vérifications : (0,5pt) → $\frac{K_a(F^-)}{C_{F^-}} = \frac{10^{-10,8}}{3,333\,10^{-2}} < 10^{-2} \Rightarrow F^-$ est basique faible

(0,5pt) → $\frac{K_a(HCN)}{C_{HCN}} = \frac{10^{-9,3}}{3,333 \times 10^{-2}} < 10^{-2} \Rightarrow HCN$ est acide faible.

Conclusion : La solution E est un mélange équimolaire d'un acide faible (HCN) et d'une base faible (K^+, F^-) :

$pH_E = \frac{1}{2}(pK_{a(HCN/CN^-)} + pK_{a(HF/F^-)}) = \frac{1}{2}(9,3 + 3,2) = 6,25$ (1pt)

Scanné avec CamScanner

4) On envisage de préparer des solutions tampon (F et G) de 1 litre

a) Pour la solution F on a $pH_F = 4$ donc : A et B

$$HF + NaOH \longrightarrow (Na^+, F^-) + H_2O$$

	C_AV_A	C_BV_B	0	0
	$C_AV_A - C_BV_B$	0	C_BV_B	C_BV_B

$$pH_F = pK_a(HF/F^-) + \log\frac{C_BV_B}{C_AV_A - C_BV_B} \Rightarrow 10^{0,8} = \frac{C_BV_B}{C_AV_A - C_BV_B} = \frac{V_B}{V_A - V_B} \Rightarrow (1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6,309573445\,V_A = 7,309573445\,V_B & (1) \\ V_A + V_B = 1 & (2) \end{cases}$$

$6,309573445 = 13,619146893\,V_B \Rightarrow V_B = 0,463286981$ litre

$V_B \simeq 463,3$ mL (1pt)

$\rightarrow V_A \simeq 536,7$ mL (1pt)

b) Pour la solution G, on a $pH_G = 9$ donc les solutés C et D

$$2KCN + H_2SO_4 \longrightarrow (2K^+, SO_4^{2-}) + 2HCN \quad ; \quad p_C \neq p_D$$ donc on utilise nequivalents

	$p_Cc_CV_C$	$p_Dc_DV_D$	0	0
$t \neq 0$	$p_Cc_CV_C - p_Dc_DV_D$	0	$p_Dc_DV_D$	$p_Dc_DV_D$

$$pH_G = pK_a(HCN/CN^-) + \log\frac{p_Cc_CV_C - p_Dc_DV_D}{p_Dc_DV_D} \Rightarrow 10^{-0,3} = \frac{1\times0,2\times V_C - 2\times0,1\times V_D}{2\times0,1\times V_D}$$

$$\Rightarrow 10^{-0,3} = \frac{V_C - V_D}{V_D} = 0,501187233 \quad (1) \text{ et } V_C + V_D = 1 \text{ litre} \quad (2)$$

$\rightarrow V_D = 0,399810133$ litre ou $V_D = 399,8$ mL $\rightarrow$ 1,5pt

$V_C = 0,600189867$ litre ou $V_C = 600,2$ mL $\rightarrow$ 1,5pt

5) Quel volume de (B) NaOH (10^{-1} M) faut-il ajouter à 20mL de H_2SO_4 (I) pour obtenir une solution (H) de $pH_H = 12$ → solution basique

$$\Rightarrow pH_H = 12 = 14 + \log(C_{NaOH(excès)})$$

Déterminons d'abord $V_{1(NaOH)}$ pour neutraliser les 20mL de H_2SO_4 (10^{-1} M)

$n_{eq_{H_2SO_4}} = n_{eq_1(NaOH)} \Rightarrow p\,C_{NaOH}\times V_{1(NaOH)} = 2\times0,1\times0,02 = 4\,10^{-3}$ équivalent (H_2SO_4)

$V_{1(NaOH)} = \frac{4\times10^{-3}}{1\times0,1} = 4\cdot10^{-2}$ litre $\equiv$ 40mL → 1pt

A partir de $pH_H = 12 = 14 + \log C_{NaOH(excès)} \Rightarrow C_{NaOH(excès)} = 10^{-2}$ M

$$C_{NaOH(excès)} = \frac{n_{NaOH(excès)}}{V_T} = \frac{0,1\times V_{NaOH(excès)}}{(0,05 + V_{NaOH(excès)})} = 10^{-2}$$

Scanné avec CamScanner

$\Rightarrow 10^{-1} \times V_{NaOH(excés)} = 10^{-2}(0,06 + V_{NaOH(excés)})$

$V_{NaOH(excés)} = \dfrac{0,006}{0,99} \approx 0,0060606$ Litre ou $V_{NaOH(excés)} \approx 6,06$ mL

$V_{T(NaOH)} = V_{1(NaOH)} + V_{NaOH(excés)} = 40 + 6,06 = \boxed{46,06 \text{ mL}}$

Exercice N° 2

1) Déterminons la solubilité de $Mg(OH)_2$ dans l'eau pure

$Mg(OH)_2 \rightleftharpoons Mg^{2+} + 2OH^-$ $\Rightarrow K_s(Mg(OH)_2) = [Mg^{2+}] \times [OH^-]^2$

	a	0	0
	a − s	s	2s

$K_s(Mg(OH)_2) = 4s^3$

$s_{mol/L} = \left(\dfrac{K_s}{4}\right)^{1/3} = 1,20507132 \times 10^{-4}$ M $\Rightarrow \boxed{s \approx 1,20507 \times 10^{-4} M}$

2) Déterminons la masse de NaOH à ajouter dans 250mL de la solut° saturée afin que $s' = \dfrac{s}{20} = 6,02535566 \times 10^{-6}$ M

1ère méthode :

$Mg(OH)_2 \rightleftharpoons Mg^{2+} + 2OH^-$; Soit y la qté en mol/L de NaOH

t=0	a	0	0
t_{eq} I	a − s	s	2s
t'=0	a − s	s	2s + y
t_{eq} II	a − s + x	s'	2s' + y

$\Rightarrow K_s(Mg(OH)_2) = [Mg^{2+}] \times [OH^-]^2 = (s') \times (2s' + y)^2$

$y = \sqrt{\dfrac{K_s}{s'}} - 2s' \Rightarrow y = \left(\dfrac{7 \times 10^{-12}}{6,02535566 \times 10^{-6}}\right)^{1/2} - 1,20507132 \times 10^{-6}$ M

$y = 1,06579767 \times 10^{-3}$ M $\Rightarrow m_{NaOH} = y \times M_{NaOH} \times V_{sol}$

$m_{NaOH} = 1,06579767 \times 10^{-3} \times 40 \times 0,25 = 0,01065797676$ g

$m_{NaOH} \approx 10,66$ mg

2ème méthode : Objectif déterminer $[OH^-]_T$

La solution est très saturée $\Rightarrow K_s(Mg(OH)_2)$ est vérifiée

$K_s(Mg(OH)_2) = [Mg^{2+}] \times [OH^-]^2 \Rightarrow [OH^-]^2 = \dfrac{K_s(Mg(OH)_2)}{s'} = \dfrac{7 \cdot 10^{-12}}{6,02535566 \times 10^{-6}}$

$\Rightarrow [OH^-]_{dissout} = 1,07784888 \times 10^{-3}$ M

Scanné avec CamScanner

(13)

1pt

= 6,06 mL

ou $V_{NaOH(excès)}$

46,06 mL → 1pt

l'eau pure

$[Mg^{2+}] \times [OH^-]^2$

s^3

0507×10^{-4} M

ons 250mL de

0535566×10^{-6} M

Soit y la qté
en mol/L de NaO

$3,050711132 \times 10^{-6}$ M

sol

676 g

Pie²

$\frac{7.10^{-12}}{6,0253554...}$

T

(14)

Déterminons $[OH^-]_{précipité}$; $[OH^-]_{précipité} = 2(s - s')$

$[OH^-]_{préc} = 2 \times (120,5071132 - 6,025355566) \times 10^{-6} = 2,289635 \times 10^{-4}$ M

$\Rightarrow [OH^-]_{total} = [OH^-]_{dis} + [OH^-]_{préc} = 1,3068119103 \times 10^{-3}$ M → 0,5pt

$[OH^-]_{Total} = [OH^-]_{initiale} + [OH^-]_{ajouté} \Rightarrow [OH^-]_{ajouté} = [OH^-]_{Total} - 2s$

$[OH^-]_{ajouté} = 1,065797677 \times 10^{-3}$ M

$m_{NaOH} = [OH^-]_{ajouté} \times M_{NaOH} \times V_{sol} = 0,01065797677$ g $\approx 10,66$ mg (2pts)

3°) La concentration moyenne des ions Mg^{2+} dans l'eau de mer est 5.10^{-2} M : Déterminons le pH de la solution s'il ne reste plus que 10% des ions Mg^{2+} en solut°

$\Rightarrow [Mg^{2+}]_{dissout} = 5 \times 10^{-2} \times 0,1 = 5 \times 10^{-3}$ M → 0,5pt

la solution étant très saturée en $Mg(OH)_2 \Rightarrow K_s$ est vérifiée

$K_s(Mg(OH)_2) = [Mg^{2+}] \times [OH^-]^2 \rightarrow [OH^-]^2 = \frac{7.10^{-12}}{5 \times 10^{-3}} = 14 \times 10^{-10}$

$\Rightarrow [OH^-]_{dissout} = 3,741657387 \times 10^{-5}$ M

$pH_{sol} = 14 + \log [OH^-]_{dissout} = 9,573064 \approx 9,57$ → 1,5pt

Scanné avec CamScanner

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE CHIMIE

Durée 2 h

—oOo—

Examen de Chimie Physique - PC_1 – Semestre II
Session normale d'Octobre 2015

—oOo—

Exercice n°1

Une solution contenant 50,00 mL de NH_3 0,18 M ($K_b = 1,77 \times 10^{-5}$) est titrée par HCl 0,36 M.

1.1. Calculer le pH:

a. Initialement *1 pt*

b. Après ajout de 5 mL de HCl *1 pt*

c. Après ajout de 12,5 mL de HCl *1 pt*

d. Après ajout de 25 mL de HCl *1 pt*

e. Après ajout de 26 mL de HCl *1 pt*

f. Après ajout de 50 mL de HCl *1 pt*

1.2. Tracer (approximativement) la courbe pH = f(volume de HCL ajouté). 2 pts

1.3. Quel indicateur coloré proposeriez-vous pour un dosage direct de NH_3 par HCl ? *2 pts*

Exercice n°2

2.1. Le produit de solubilité de $BaSO_4$ est $K_{S_1} = 1,1 \times 10^{-10}$ et celui de $BaSeO_4$ est $K_{S_2} = 2,8 \times 10^{-11}$.

a. Quel est le sel le plus soluble ? *1 pt*

.b Calculer la solubilité de $BaSO_4$ et celle de $BaSeO_4$ ensemble dans l'eau pure. *3 pts*

2.2. Une solution molaire de $BaCl_2$ (électrolyte fort) est ajoutée lentement à une solution de concentration $1,0 \times 10^{-4}$ M en sulfate de sodium (Na_2SO_4) et $1,0 \times 10^{-4}$ M en sélénate de sodium (Na_2SeO_4). On négligera les variations de volume.

a. Quelles sont les concentrations des différents ions lorsque le sel le moins soluble commence à précipiter ? *3 pts*

b Quelles sont les concentrations des différents ions lorsque le sel le plus soluble commence à précipiter ? *3 pts*

Bonne Chance

Scanné avec CamScanner

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE CHIMIE

Durée 2 h

---oOo---

Examen de Chimie Physique - PC_1 – Semestre II
Session normale 2015

---oOo---

Exercice n°1

NH_3 { $V_b = 50,00$ mL ; $C_b = 0,18$ M ; $K_b = 1,77 \times 10^{-5}$ }

HCl { V_a variable ; $C_a = 0,36$ M. }

1.1. Calcul du pH:

a. Initialement, la solution contient une base à priori faible

$\frac{K_b}{C_b} = \frac{1,77 \cdot 10^{-5}}{0,18} = 9,83 \times 10^{-5}$. Cette valeur est inférieure à 10^{-2}. La base est donc effectivement faible et on peut appliquer: $pH = 7 + ½ (pK_a + \log C_b)$

$K_a = \frac{K_e}{K_b} \Rightarrow pK_a = -\log (10^{-14}/1,77 \cdot 10^{-5}) = 9,25$

A.N.: $pH = 7 + ½ (9,25 + \log 0,18) = \mathbf{11,25}$ *1 pt*

b. Après ajout de 5 mL de HCl

NH_3	+ HCl	→	NH_4^+	+ Cl^-	
C_bV_b	C_aV_a				
0,009	0,0018		0		mol
0,0072	0		0,0018		mol

Cette solution contient une base faible (NH_3) et son acide conjugué (NH_4^+).

Le rapport $\frac{\text{base}}{\text{acide}} = 4$, compris donc entre 0,1 et 10. On a solution tampon et donc :

$pH = pK_a + \log \frac{\text{base}}{\text{acide}}$

A.N : $pH = 9,25 + \log 4 = \mathbf{9,85}$ *1 pt*

c. Après ajout de 12,5 mL de HCl

NH_3	+ HCl	→	NH_4^+	+ Cl^-	
C_bV_b	C_aV_a				
0,009	0,0045		0		mol
0,0045	0		0,0045		mol

Cette solution contient une base faible (NH_3) et son acide conjugué (NH_4^+).

Le rapport $\frac{\text{base}}{\text{acide}} = 1$, compris donc entre 0,1 et 10. On a donc solution tampon et : $pH = pKa$.

A.N : $pH = 9,25$ *1 pt*

d. Après ajout de 25 mL de HCl

NH_3	+ HCl	→	NH_4^+	+ Cl^-	
C_bV_b	C_aV_a				
0,009	0,009		0		mol
0	0		0,009		mol

Cette solution contient un acide faible (NH_4^+).

$C_a = \frac{0,009}{0,075} = 0,12$ M.

$\frac{K_a}{C_a} = \frac{10^{-9,25}}{0,12} < 10^{-2}$: L'acide est bien faible, et donc : $pH = ½ (pK_a - \log C_a)$

A.N.: $pH = ½ (9,25 - \log 0,12) = 5,09$ *1 pt*

e. Après ajout de 26 mL de HCl

NH_3	+ HCl	→	NH_4^+	+ Cl^-	
C_bV_b	C_aV_a				
0,009	0,00936		0		mol
0	0,00036		0,009		mol

Cette solution contient un acide faible (NH_4^+) et un acide fort (HCl). $C_{a1} = \frac{0,00036}{0,076} = 0,0047$ M.

$\frac{K_a}{C_a} = \frac{10^{-9,25}}{0,0047} << 10^{-2}$: L'acide est bien faible et donc on peut négliger sa contribution au pH, qui est déterminer par l'acide fort :

$pH = -\log C_{HCl} = -\log (\frac{0,00036}{0,076}) = \mathbf{2,32}$ *1 pt*

f. Après ajout de 50 mL de HCl

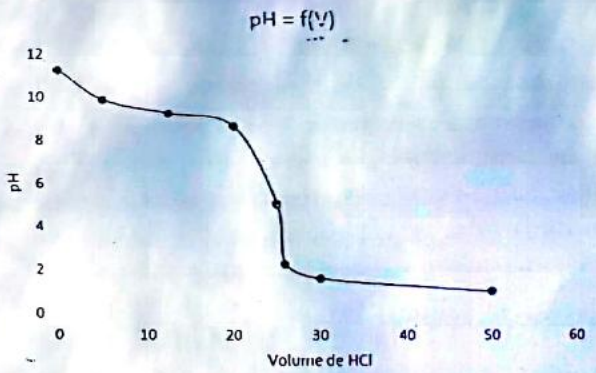
NH_3	+ HCl	→	NH_4^+	+ Cl^-	
C_bV_b	C_aV_a				
0,009	0,018		0		mol
0	0,009		0,009		mol

Cette solution contient un acide faible (NH_4^+) et un acide fort (HCl). $C_{a1} = \frac{0,009}{0,1} = 0,09$ M.

$\frac{K_a}{C_a} = \frac{10^{-9,25}}{0,09} < 10^{-2}$: L'acide est bien faible et donc on peut négliger sa contribution au pH, qui est déterminer par l'acide fort :

$pH = -\log C_{HCl} = -\log (0,09) = \mathbf{1,05}$ *1 pt*

1.2. Tracé de la courbe pH = f(volume de HCL ajouté). *2 pts*



1.3. Sur la courbe on voit nettement un saut de pH de 4,5 à 2,2 environ. Ce saut de pH englobe la zone de virage de de l'hélianthine (3,1 - 4,4). Cet indicateur est donc convenable ? *2 pts*

Exercice n°2

2.1. Le produit de solubilité de $BaSO_4$ est $K_{S_1} = 1,1 \times 10^{-10}$ et celui de $BaSeO_4$ est $K_{S_2} = 2,8 \times 10^{-11}$.

a. Sel le plus soluble : nous pouvoir écrire les réactions d'ionisation :

$BaSO_4 \leftrightarrow Ba^{2+} + SO_4^{2-}$ et $BaSeO_4 \leftrightarrow Ba^{2+} + SeO_4^{2-}$

Scanné avec CamScanner

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE CHIMIE

Durée 2 h30

---oOo---

Correction de l'examen de Chimie Physique - PC_1
Semestre 2-Session Unique 2013/2014

---oOo---

SUJET n° 1

Exercice 1 : *(12 points)*

H_2A : C = 1 M ;

$H_2A + H_2O \rightleftharpoons HA^- + H_3O^+$ $pK_{a_1} = 6,3 \Rightarrow K_{a_1} = 5 \cdot 10^{-7}$

$HA^- + H_2O \rightleftharpoons A^{2-} + H_3O^+$ $pK_{a_2} = 10,3 \Rightarrow K_{a_2} = 5 \cdot 10^{-11}$

1.1.

- pH de la solution A
  - La différence des pK_a est $\Delta pK_a = pK_{a_2} - pK_{a_1} = 10,3 - 6,3 = 4$: cette différence est suffisamment grande pour que, dans le calcul du pH, l'on puisse considérer seulement la 1ère acidité. *0,5 pt*
  - Cette première acidité est-à-priori faible, comme le montre la valeur du pKa, comprise entre 3,5 et 11.
    Le rapport $\frac{K_{a_1}}{C} = 5 \times 10^{-7}$ est inférieur à 10^{-2}: la 1ère acidité est donc effectivement faible *0,5 pt*
  - et le pH est par conséquent donné par : $pH = \frac{1}{2}(pK_{a_1} - \log C)$ *0,5 pt*
  - A.N. : $pH = \frac{1}{2}(6,3 - \log 1) = 3,15$ *0,5 pt*
- Concentration molaire de HA^- :
  - 1ère méthode :
    $[HA^-]$ peut être obtenue à partir de l'expression de K_{a_1} : $K_{a_1} = \frac{[HA^-]\cdot[H_3O^+]}{[H_2A]} \Rightarrow [HA^-] = \frac{K_{a_1}\cdot[H_2A]}{[H_3O^+]}$.
    Comme H_2A est faiblement dissocié, on peut écrire : $[H_2A] \approx [H_2A]_i = C$.
    On a donc : $[HA^-] = \frac{K_{a_1}\cdot C}{[H_3O^+]}$ *0,5 pt* A.N.: $[HA^-] = \frac{10^{-6,3}\cdot 1}{10^{-3,15}} = 7,08 \cdot 10^{-4}$ M. *0,5 pt*
  - 2ème méthode :
    Le bilan électrique s'écrit : $[HA^-] + 2[A^{2-}] + [HO^-] = [H_3O^+]$
    La 2ème acidité est négligeable devant la 1ère : $[HA^-] >> [A^{2-}]$
    Le milieu est acide : $[HO^-] << [H_3O^+]$
    $\Rightarrow$ A.N : $[HA^-] = [H_3O^+] = 10^{-pH}$; $[HA^-] = 10^{-3,15}$; $[HA^-] = 7,08 \cdot 10^{-4}$ M.
- Concentration molaire de A^{2-}
  $[A^{2-}]$ peut être obtenue à partir de l'expression de K_{a_2} : $K_{a_2} = \frac{[A^{2-}]\cdot[H_3O^+]}{[HA^-]} \Rightarrow [A^{2-}] = \frac{K_{a_2}\cdot[HA^-]}{[H_3O^+]}$.
  Comme la deuxième acidité est négligeable devant la 1ère, $[HA^-]$ et $[H_3O^+]$ conservent pratiquement leurs valeurs précédentes.
  A.N. : $[A^{2-}] = \frac{10^{-10,3}\cdot 10^{-3,15}}{10^{-3,15}} = 5 \cdot 10^{-7}$ M. *0,5 pt* *0,5 pt*

1.2.

On calcule les nombres de mol de H_2S (A) et de soude (B) mis en jeu, puis on fait le bilan réactionnel.

1.2.1. V_{B1} = 25mL

$n_A = C_A V_A = 1 \times 0,1 = 0,1$ mol ; $n_B = C_B V_B = 1 \times V_B = 0,025$ mol.

On assiste à la réaction :

$H_2A + NaOH \rightleftharpoons HA^- + H_2O + Na^+$

0,1	0,025	0	(mol)
0,075	0	0,025	(mol)

0,5 pt

On a un mélange de l'acide faible H_2A et de sa base conjuguée HA^-, c'est-à-dire une solution tampon :

$pH = pK_{a_1} + \log\frac{[HA^-]}{[H_2A]}$ *0,5 pt*

A.N : $pH = 6,3 + \log\frac{0,025}{0,075} = 5,82$. *0,5pt*

1.2.2 V_{B2} = 100 mL

On a : $n_A = 0,1$mol ; $n_B = C_B V_B = 1 \times 0,1 = 0,1$ mol.

On a le bilan réactionnelsuivant :

$H_2A + NaOH \rightleftharpoons HA^- + H_2O + Na^+$

0,1	0,1	0	(mol)
0	0	0,1	(mol)

0,5 pt

Cette fois on n'a que HA^-, qui a un caractère amphotère. Le pH est donné par :

$pH = \frac{1}{2}(pk_{a1} + pk_{a1})$. *0,5 pt*

$pH = \frac{1}{2}(6,3 + 10,3) = 8,3$. *0,5 pt*

1.2.3. V_{B3} = 150 mL

On a : $n_A = 0,1$mol ; $n_B = C_B V_B = 1 \times 0,15 = 0,15$ mol.

NaOH réagit d'abord avec H_2A

$H_2A + NaOH \rightleftharpoons HA^- + H_2O + Na^+$

0,1	0,15	0	(mol)
0	0,05	0,1	(mol)

L'excès de base réagit avec le HA^- formé et on a donc:

$HA^- + NaOH \rightleftharpoons A^{2-} + H_2O + Na^+$

0,1	0,05	0	(mol)
0,05	0	0,05	(mol)

On a un mélange de l'acide faible HA^-/HA^{2-}, c'est à dire une solution tampon :

$pH = pK_{a_2} + \log\frac{[HA^-]}{[H_2A]}$

Scanné avec CamScanner

Comme $[HA^-] = [A^{2-}]$, $pH = pK_{a_2} - 1{,}0,3$ 0,5 pt

1.2.4. $V_{B4} = 200$ mL

On a : $n_A = 0{,}1$ mol ; $n_B = C_B V_B = 1 \times 0{,}2 = 0{,}2$ mol.

$H_2A + 2NaOH \rightleftharpoons A^{2-} + 2H_2O + 2Na^+$

0,1	0,2	0	(mol)
0	0	0,1	(mol)

0,25 pt

La solution renferme la dibase A^{2-}, dont les constantes de basicité sont :

$pK_{b_1} = 14 - pK_{a_2} = 14 - 10{,}3 = 3{,}7$

$pK_{b_2} = 14 - pK_{a_1} = 14 - 6{,}3 = 7{,}7$

- La différence des pK_b est $\Delta pK_b = pK_{b_2} - pK_{b_1} = 7{,}7 - 3{,}7 = 4$: cette différence est suffisamment grande pour que, dans le calcul du pH, l'on puisse considérer seulement la 1ère basicité. 0,25 pt
- Cette première basicité est à-priori faible comme le montre la valeur du pK_b, comprise entre 3 et 10,5.

$C_{A^{2-}} = \frac{n_{A^{2-}}}{V_T} = \frac{C_A V_A}{V_T} = \frac{0{,}1}{0{,}3}$

$\frac{K_{b_1}}{C_{A^{2-}}} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{1/3} = 6 \times 10^{-4}$ est inférieur à 10^{-2}: la 1ère basicité est donc effectivement faible 0,25 pt

- le pH est donc donné par : $pH = 7 + \frac{1}{2}(pK_{a_1} + \log C_{A^{2-}})$ 0,25 pt
- A.N.: $pH = 7 + \frac{1}{2}(3{,}7 + \log(1/3)) = 8{,}61$ 0,5 pt

1.2.5. $V_{B5} = 300$ mL

On a : $n_A = 0{,}1$ mol ; $n_B = C_B V_B = 1 \times 0{,}3 = 0{,}3$ mol.

$H_2A + 2NaOH \rightleftharpoons A^{2-} + 2H_2O + 2Na^+$

0,1	0,3	0	(mol)
0	0,1	0,1	(mol)

La solution renferme NaOH et A^{2-} dont les concentrations sont égales :

$\bar{C} = \frac{n_{A^{2-}}}{V_T} = \frac{C_A V_A}{V_T} = \frac{0{,}1}{0{,}4}$ 0,5pt

$\frac{K_{b_1}}{\bar{C}} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{1/4} = 8 \times 10^{-4}$ est inférieur à 10^{-2}: la 1ère basicité est donc effectivement faible : on peut négliger sa contribution devant celle de la base forte. 0,5 pt

On a donc: $pH = 14 + \log \bar{C}$ 0,5 pt

A.N.: $pH = 14 + \log(1/4) = 13{,}40$ 0,5 pt

Exercice 2 : *(8 points)*

2.1.

Les bilans de masse sur les espèces Fe et S permettent d'écrire (S est la solubilité du sulfure):

$S = [Fe^{2+}]$; 0,5 pt

$S = [S^{2-}] + [HS^-] + [H_2S]$. 0,5pt

A partir des expressions de K_{a1} et K_{a2}, on peut exprimer les concentrations de HS^- et H_2S en fonction de celles de H_3O^+ et S^{2-} :

$S^{2-} + H_3O^+ \rightleftharpoons HS^- + H_2O \quad K_{a_2} = \frac{[S^{2-}] \times [H_3O^+]}{[HS^-]} = 1{,}2 \times 10^{-13}$

$HS^- + H_3O^+ \rightleftharpoons H_2S + H_2O \quad K_{a_1} = \frac{[HS^-] \times [H_3O^+]}{[H_2S]} = 8{,}9 \times 10^{-8}$

Puisque $[S^{2-}] = K_s/[Fe^{2+}]$, le bilan matière sur S peut maintenant être réécrit :

$$S = [S^{2-}] \times \left(1 + \frac{[H_3O^+]}{K_{a_2}} + \frac{[H_3O^+]^2}{K_{a_1} \times K_{a_2}}\right) = \frac{K_s}{S}\left(1 + \frac{[H_3O^+]}{K_{a_2}} + \frac{[H_3O^+]^2}{K_{a_1} \times K_{a_2}}\right)$$ 1pt

$$S^2 = K_s\left(1 + \frac{10^{-pH}}{K_{a_2}} + \frac{10^{-2pH}}{K_{a_1}K_{a_2}}\right)$$

$\Rightarrow$

$$S = \left[K_s\left(1 + \frac{10^{-pH}}{K_{a_2}} + \frac{10^{-2pH}}{K_{a_1}K_{a_2}}\right)\right]^{0,5}$$ 1pt

2.2: pH = 7

$S = \{1{,}59 \times 10^{-19} \times [1 + 10^{-7}/(1{,}2 \times 10^{-13}) + 10^{-14}/(1{,}2 \times 10^{-13} \times 8{,}9 \times 10^{-8})]\}^{0,5} = 5{,}3 \times 10^{-7}$ M. 2 pts

2.3. S = 0,01 M

De l'expression :

$$S^2 = K_s\left(1 + \frac{10^{-pH}}{K_{a_2}} + \frac{10^{2pH}}{K_{a_1}K_{a_2}}\right)$$

On peut sortir l'expression $pH = -\log\left[\frac{-K_{a_1} + \sqrt{K_{a_1}^2 - \frac{4K_{a_1}K_{a_2}(K_s - S^2)}{K_s}}}{2}\right]$

A.N : $pH = -\log\left[\frac{-8{,}9 \times 10^{-8} + \sqrt{(8{,}9 \times 10^{-8})^2 - \frac{4 \cdot 8{,}9 \times 10^{-8} \cdot 1{,}2 \times 10^{-13} \cdot (1{,}59 \times 10^{-19} - 0{,}01^2)}{1{,}59 \times 10^{-19}}}}{2}\right]$

2 pts

pH = 2,59

2.4.

pH = 7 $\Rightarrow$ S = $5{,}3 \times 10^{-7}$ M

pH = 2,59 $\Rightarrow$ S = 10^{-2} M

La solubilité de FeS est d'autant plus élevée que le milieu est acide : cela est dû au fait que l'anion sulfure a un caractère assez basique ; la présence de H_3O^+, qui réagit avec les ions S^{2-} entraîne un déplacement de l'équilibre de dissociation de FeS dans le sens de la formation de S^{2-}, conformément au principe de Le Châtelier et augmente ainsi la solubilité de ce sel. 1pt

Scanné avec CamScanner

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE CHIMIE

Durée 2 h

---oOo---

Examen de Chimie Physique - PC_1
Semestre 2 - Session de rattrapage 2012/2013

---oOo---

Exercice 1 : *(8 pts)*

A 25°C, le produit de solubilité de $PbCl_2$ est égal à $1,6 \times 10^{-5}$ et celui de $PbBr_2$ à $9,1 \times 10^{-6}$.

1.1. Calculer les solubilités de $PbCl_2$ et de $PbBr_2$ dans l'eau pure, séparément. *(1 + 1 pts)*

1.2. Calculer les solubilités de $PbCl_2$ et de $PbBr_2$, ensembles dans l'eau pure. *(2 + 2 pts)*

1.3. Comparer les solubilités dans le mélange aux valeurs obtenues séparément et expliquer les variations observées. *(2 pts)*

Exercice 2 : (12 pts)

Nous disposons des solutions suivantes :

- Solution A : CH_3COOH, 0,01 M
- Solution B : NaOH, 0,01 M
- Solution C : HCl , 0,02 M
- Solution D : NaBrO, 0,01 M

2.1. On envisage de préparer 0,5 L de solutions tampons dont les pH sont respectivement 8 et 4,5. Quelles solutions ci-dessus et quels volumes faudrait-il mélanger pour les obtenir ? *(4 pts)*

2.2. Calculer le pH d'une solution E obtenue en mélangeant des volumes égaux de A et D. *(2 pts)*

2.3. Calculer le pH de la solution F obtenue en mélangeant10 mL de A et 90 mL de C. *(2 pts)*

2.4. Quel volume de la solution B permettrait de neutraliser les acides contenus dans la solution F. Soit G la solution finale obtenue. *(2 pts)*

2.5. Déterminer le pH de la solution G. *(2 pts)*

Données : pKa (CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4,8.; pKa ($HBrO/BrO^-$) = 8,7

NB : Les questions (2-1, 2-2; 2-3 et 2-4) sont indépendantes.

Bonne chance !

Scanné avec CamScanner

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE CHIMIE

Durée 2 h

---oOo---

Correction de l'examen de Chimie Physique - PC_1
Semestre 2 - Session de rattrapage 2012/2013

---oOo---

Exercice 1 : (8 pts)

1.1. Solubilités de $PbCl_2$ et de $PbBr_2$, séparément dans l'eau pure :

Pour un halogénure de plomb PbX_2 donné, le bilan réactionnel suivant peut être établi pour l'équilibre de dissolution-dissociation :

	PbX_2	$\rightleftharpoons$	Pb^{2+}	+	$2X^-$
t_0	N		0		0
t_f	N'		S		2S

$K_s = 4S^3 \Rightarrow S = \sqrt[3]{\frac{K_s}{4}}$

$PbCl_2 : Ks_1 = 1,6 \times 10^{-5} \Rightarrow S_1 = \sqrt[3]{\frac{1,6 \cdot 10^{-5}}{4}} = 1,5874 \times 10^{-2}$ M. 1 pt

$PbBr_2 : Ks_2 = 9,1 \times 10^{-6} \Rightarrow S_2 = \sqrt[3]{\frac{9,1 \cdot 10^{-6}}{4}} = 1,3152 \times 10^{-2}$ M. 1 pt

1.2. Solubilités de $PbCl_2$ et de $PbBr_2$, ensembles dans l'eau pure.

	$PbCl_2$	$\rightleftharpoons$	Pb^{2+}	+	$2Cl^-$
t_0	N		0		0
t_f	N'		S_1'		$2S_1'$

	$PbBr_2$	$\rightleftharpoons$	Pb^{2+}	+	$2Br^-$
t_1	N'		S_1'		0
t_f	N''		$S_1' + S_2'$		$2S_2'$

$K_{S_1} = [Pb^{2+}] * [Cl^-]^2 = (S_1' + S_2') \cdot 4S_1'^2$ (1)

$K_{S_2} = [Pb^{2+}] * [Br^-]^2 = (S_1' + S_2') \cdot 4S_2'^2$ (2)

$(1) + (2) \Rightarrow \frac{K_{S_1}}{K_{S_2}} = \frac{S_1'^2}{S_2'^2} \Rightarrow S_1' = S_2' \cdot \sqrt{\frac{K_{S_1}}{K_{S_2}}}$ (3)

$(2) + (3) \Rightarrow K_{S_2} = S_2' * \left(1 + \sqrt{\frac{K_{S_1}}{K_{S_2}}}\right) \cdot 4S_2'^2$

$\Rightarrow S_2' = \sqrt[3]{\frac{K_{S_2}}{\left(1 + \sqrt{\frac{K_{S_1}}{K_{S_2}}}\right) \cdot 4}}$ A.N.: $S_2' = \sqrt[3]{\frac{9,1 \cdot 10^{-6}}{\left(1 + \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-5}}{9,1 \cdot 10^{-6}}}\right) \cdot 4}} = 9,9264 \times 10^{-3}$ M 2 pts

$(3) \Rightarrow S_1' = 0,00992639 * \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-5}}{9,1 \cdot 10^{-6}}} = 1,3162 \times 10^{-2}$ M 2 pts

1.3. Comparaison des solubilités :

On constate que $S_1' < S_1$, et $S_2' < S_2$: ceci est dû à l'effet de Pb^{2+}, ion commun aux deux sels ; si $PbCl_2$ et $PbBr_2$ se dissocient ensemble dans l'eau, il y a déplacement de chaque équilibre dans le sens de la formation des sels, c'est-à-dire une diminution des solubilités respectives par rapport aux valeurs obtenues pour les sels pris individuellement dans l'eau pure. 2 pts

Exercice 2 : (12 pts)

- Solution A : CH_3COOH 0,01 M ; Solution B : NaOH 0,01 M
- Solution C : HCl 0,02 M ; Solution D : NaBrO 0,01 M

pKa (CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4,8; pKa ($HBrO/BrO^-$) = 8,7

Scanné avec CamScanner

2.1

Le pH égal à 8 est voisin du pKa du couple $HBrO/BrO^-$ (8,7) : la solution devra donc renfermer des quantités de HBrO et de BrO^- voisines : On doit alors mélanger NaBrO (solution D), sel à caractère basique, à neutraliser partiellement par un acide fort (solution C).

	$NaBrO$	$+ HCl \rightleftharpoons$	$NaCl$	$+ HBrO$
t_0	C_dV_d	C_cV_c	0	0
t_f	$C_dV_d - C_cV_c$	0	C_cV_c	C_cV_c

$$pH = pK_a + \log\frac{C_dV_d - C_cV_c}{C_cV_c} \qquad (1)$$

$$V_t = V_c + V_d \qquad (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow V_c = \frac{C_dV_t}{C_c*(10^{pH-pK_a}+1)+C_d}$$

$$\text{A.N. : } V_c = \frac{0{,}01*0{,}5}{0{,}02*(10^{8-8.7}+1)+0{,}01} = 0{,}147\ \text{L.}$$ 1pt

$$(2) \Rightarrow V_d = V_t - V_c = 0{,}5 - 0{,}0384 = 0{,}353\ \text{L.}$$ 1pt

Le pH égal à 4,5 est voisin du pKa du couple CH_3COOH/CH_3COO^- (4,8) : la solution devra donc renfermer des quantités voisines de CH_3COOH et de CH_3COO^- : On doit alors mélanger CH_3COOH (solution A), acide faible, à neutraliser partiellement par une base forte (solution B).

	CH_3COOH	$+ NaOH \rightleftharpoons$	Na^+	$+ CH_3COO^-$
t_0	C_aV_a	C_bV_b	0	0
t_f	$C_aV_a - C_bV_b$	0	C_bV_b	C_bV_b

$$pH = pK_a + \log\frac{C_bV_b}{C_aV_a - C_bV_b} \qquad (1)$$

$$V_t = V_a + V_b \qquad (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow V_b = \frac{C_aV_t*10^{pH-pK_a}}{C_b*(10^{pH-pK_a}+1)+C_a*10^{pH-pK_a}}$$

$$\text{A.N.: } V_b = \frac{0{,}01*0{,}5*10^{-0.3}}{0{,}01*(10^{-0.3}+1)+0{,}01*10^{-0.3}} = 0{,}125\ \text{L.}$$ 1pt

$$(2) \Rightarrow V_a = V_t - V_c = 0{,}5 - 0{,}125 = 0{,}375\ \text{L.}$$ 1pt

2.2. pH de la solution E :

E est obtenue en mélangeant des volumes égaux d'un acide faible et d'une base faible, et est donc assimilable à un sel d'acide faible et de base faible. On a donc :

$$pH = \frac{1}{2}(pK_{a_1} + pK_{a_2}) = \frac{1}{2}(8{,}7 + 4{,}8) = 6{,}75.$$ 2pts

2.3. pH de la solution F :

CH_3COOH: $C_A = 0{,}01$ M; $V_A = 10$ mL ; HCl, $C_C = 0{,}02$ M ; $V_B = 90$mL

$$\bar{C}_A = \frac{C_AV_A}{V_A+V_C} = \frac{0{,}01*0{,}01}{0{,}1} = 10^{-3}\ \text{M}; \qquad \frac{K_{a_1}}{\bar{C}_A} = 10^{-1.8}$$

$$\bar{C}_B = \frac{C_CV_C}{V_A+V_C} = \frac{0{,}02*0{,}09}{0{,}1} = 1{,}8\times10^{-2}\ \text{M}.$$

F est donc un mélange d'acide moyen et d'acide fort.

	$CH_3COOH + H_2O \leftrightarrow$	$H_3O^+ +$	CH_3COO^-
	$\bar{C}_A$	$\bar{C}_B$	0
	$\bar{C}_A - x$	$\bar{C}_B + x$	x

$$K_{a_1} = \frac{[CH_3COO^-]*[H_3O^+]}{CH_3COOH} = \frac{x*(\bar{C}_B+x)}{\bar{C}_A+x} \Leftrightarrow x^2 + \left[(\bar{C}_B - \bar{C}_A) - K_a\right]*\bar{C}_B$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-\bar{C}_B+\bar{C}_A \pm \sqrt{(\bar{C}_B-\bar{C}_A)^2-4K_{a_1}*\bar{C}_B}}{2}; \qquad [H_3O^+] = \bar{C}_B + x = \frac{\bar{C}_B+\bar{C}_A \pm \sqrt{(\bar{C}_B-\bar{C}_A)^2-4K_{a_1}*\bar{C}_B}}{2}$$

$$pH = -\log([H_3O^+]) = -\log\frac{\bar{C}_B+\bar{C}_A \pm \sqrt{(\bar{C}_B-\bar{C}_A)^2-4K_{a_1}*\bar{C}_B}}{2}$$

Scanné avec CamScanner

A.N: $pH = -\log \frac{0,018 + 0,001 + \sqrt{(0,018 - 0,001)^2 + \ldots}}{2} = 1,745$

2.4. Volume de B pour neutraliser la solution F :

B contient une monobase , F contient deux monoacides , le nombre de protons mis en jeu est toujours égal à 1. On a donc, à la neutralisation :

$n_B = n_F \Rightarrow C_B V_B = C_A V_A + C_C V_C \Rightarrow V_B = \frac{C_A V_A + C_C V_C}{C_B} =$

A.N : $V_B = \frac{0,01 \cdot 0,01 + 0,02 \cdot 0,09}{0,01} = 0,19$ L

2.5. pH de la solution G.

$CH_3COOH + NaOH \rightarrow H_2O + Na^+ + CH_3COO^-$

$HCl + NaOH \rightarrow H_2O + Na^+ + Cl^-$

G contient des ions aprotiques (Na^+ et Cl^-) et CH_3COO^-, base conjuguée de CH_3COOH, donc à-prori faible.

$[CH_3COO^-] = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B + V_C} = \frac{0,01 \cdot 0,01}{0,01 + 0,09 + 0,19} = \frac{1}{2900}$

$\frac{K_{b_1}}{[CH_3COO^-]} = \frac{10^{-14}}{10^{-4,8}} \cdot 2900 = 1,83 \times 10^{-6}$

$\frac{K_{b_1}}{[CH_3COO^-]} < 10\text{-}2$: la base est effectivement faible et son pH est

$pH = 7 + \frac{1}{2}(pk_a + \log C)$

A.N: $pH = 7 + \frac{1}{2}(4,8 + \log \frac{1}{2900}) = 7,67.$

Scanné avec CamScanner

A.N: $pH = -\log \frac{0,010 + 0,0001 + \sqrt{(0,010 - 0,0001)^2 + 4 \cdot 10^{-14} \cdot 0,010}}{2} = 1,745.$

2.4. Volume de B pour neutraliser la solution F :

B contient une monobase ; F contient deux monoacides : le nombre de protons mis en jeu est toujours égal à 1. On a donc, à la neutralisation :

$n_B = n_F \Rightarrow C_B V_B = C_A V_A + C_C V_C \Rightarrow V_B = \frac{C_A V_A + C_C V_C}{C_B}$

A.N : $V_B = \frac{0,01 \cdot 0,01 + 0,07 \cdot 0,09}{0,01} = 0,19$ L.

2.5. pH de la solution G.

$CH_3COOH + NaOH \rightarrow H_2O + Na^+ + CH_3COO^-$

$HCl + NaOH \rightarrow H_2O + Na^+ + Cl^-$

G contient des ions aprotiques (Na^+ et Cl^-) et CH_3COO^-, base conjuguée de CH_3COOH, donc à priori faible.

$[CH_3COO^-] = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B + V_C} = \frac{0,01 \cdot 0,01}{0,01 + 0,09 + 0,19} = \frac{1}{2900}$

$\frac{K_{b_1}}{[CH_3COO^-]} = \frac{10^{-14}}{10^{-4,8}} \cdot 2900 = 1,83 \times 10^{-6}$

$\frac{K_{b_1}}{[CH_3COO^-]} < 10\text{-}2$ la base est effectivement faible et son pH est

$pH = 7 + \frac{1}{2}(pk_a + \log C)$

A.N: $pH = 7 + \frac{1}{2}(4,8 + \log \frac{1}{2900}) = 7,67.$

Scanné avec CamScanner

300 f

Université Cheikh Anta Diop de Dakar
Faculté des Sciences et Techniques
Département de Physique

Epreuve d'électricité – 2ème semestre - Section L1FCSM - 2017-2018
Durée : 02H 00mn

A/

I) Calculer le champ magnétique $\vec{B}(O)$ créé par un courant circulaire I de centre O et de rayon R (figure 1) par la loi de Biot et Savart, sachant que le champ élémentaire $\vec{dB}(O)$ créé par un élément de courant $I\vec{dl}$ est donné par :

$$\vec{dB}(O) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\vec{dl}}{PO^2} \Lambda \frac{\vec{PO}}{PO}$$

On donnera $\vec{dl}$, PO et $\frac{\vec{PO}}{PO}$ en fonction des variables indiquées sur la figure.

II) Le même dispositif est utilisé et un courant 2I arrive en A et se divise en deux pour ressortir en B. Calculer le champ magnétique créé par :

1) la demi-circonférence à droite de l'axe xx' : $\vec{B_1}(O)$
2) la demi-circonférence à gauche de l'axe xx' : $\vec{B_2}(O)$
3) l'ensemble du dispositif $\vec{B}(O)$

Pour cela, on écrira $\vec{dl}$, PO, $\frac{\vec{PO}}{PO}$ et $\vec{e_r}$ en fonction des variables indiquées sur la figure.

III) Calculer en vous basant sur le dispositif ci-dessus (question II) le champ magnétique créé au point M(z) par :

1) la demi-circonférence à droite de l'axe xx' : $\vec{B_1}(z)$
2) la demi-circonférence à gauche de l'axe xx' : $\vec{B_2}(z)$
3) l'ensemble du dispositif : $\vec{B}(z)$

Pour cela, on écrira $\vec{dl}$, PM, $\frac{\vec{PM}}{PM}$ et $\vec{e_r}$ en fonction des variables indiquées sur la figure.

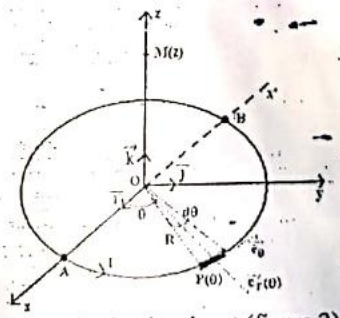


Figure 1

B/ Un réseau électrique est donné par le circuit suivant (figure 2) :

Calculer le courant dans chaque branche par la méthode de Thévenin (On donnera toujours Rth, Vth, Ith, pour chaque branche).

NB : Exprimer les résultats en fonction de E et r

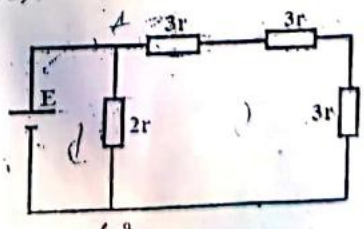


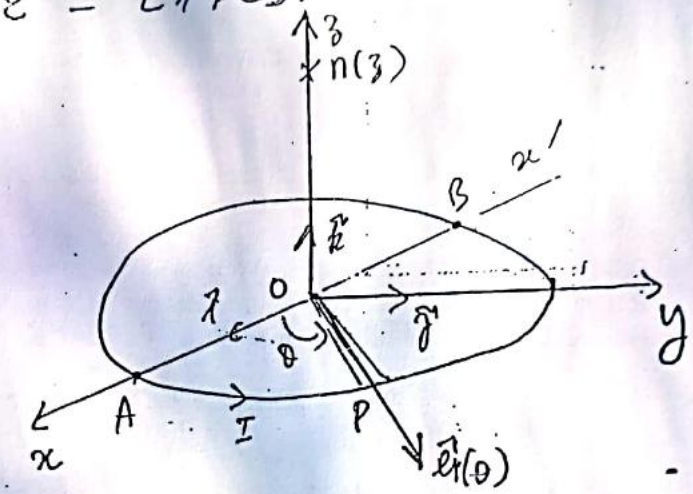
Figure 2

Pr G. SISSOKO (www.solmatmadelling.su)

Scanné avec CamScanner

Semestre 2 – L1 PCSM

A |



I) $d\vec{B}(O) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l}}{PO^2} \wedge \frac{\vec{PO}}{PO}$

$d\vec{l} = R\,d\theta\,\vec{e_\theta}$

$PO = R$

$\frac{\vec{PO}}{PO} = -\vec{e_r}(\theta)$

$d\vec{B}(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot R\,d\theta\,\vec{e_\theta} \wedge [-\vec{e_r}(\theta)]$

$d\vec{B}(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot R\,d\theta\,\vec{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} d\theta\,\vec{k}$

$\vec{B}(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^{2\pi} d\theta\,\vec{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot 2\pi\,\vec{k}$

$\vec{B}(O) = \frac{\mu_0 I}{2R}\,\vec{k}$

II) 1/ $d\vec{B_1}(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l}}{PO^2} \wedge \frac{\vec{PO}}{PO}$

$d\vec{l} = R\,d\theta\,\vec{e_\theta}$

$PO = R$

$\frac{\vec{PO}}{PO} = -\vec{e_r}(\theta)$

$\vec{e_r}(\theta) = \vec{i}\cos\theta + \vec{j}\sin\theta$

AR I. Aitta

Scanné avec CamScanner

$$d\vec{B}_1(O) = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\,R\,d\theta\,\vec{e}_\theta}{R^2} \wedge (-\vec{e}_r(\theta))$$

$$d\vec{B}_1(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\,d\theta\,\vec{k}$$

$$\vec{B}_1(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{\pi} d\theta\,\vec{k}$$

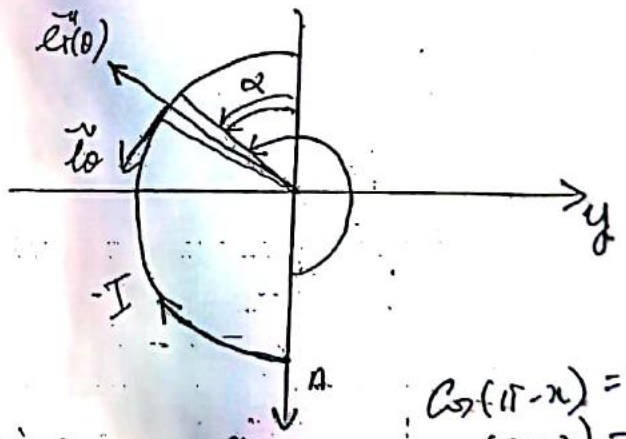
$$\vec{B}_1(O) = \frac{\mu_0 I}{4R}\,\vec{k}$$

2/ $$d\vec{B}_2(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{d\vec{l}}{PO^2} \wedge \frac{\vec{PO}}{PO}$$

$$d\vec{l} = -R\,d\theta\,\vec{e}_\theta$$

$$PO = R$$

$$\frac{\vec{PO}}{PO} = -\vec{e}_r(\theta)$$



posons $\alpha = \theta - \pi$

$\cos(\pi - x) = -\cos x$

$\sin(\pi - x) = \sin x$

$$\vec{e}_r(\alpha) = -\vec{i}\cos\alpha - \vec{j}\sin\alpha$$

$$\text{or } \vec{e}_r(\theta) = -\vec{i}\cos(\theta-\pi) - \vec{j}\sin(\theta-\pi) = -\vec{i}\cos(\pi-\theta) + \vec{j}\sin(\pi-\theta)$$

$$\vec{e}_r(\theta) = \vec{i}\cos\theta + \vec{j}\sin\theta$$

$$d\vec{B}_2(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\left(\frac{-R\,d\theta\,\vec{e}_\theta}{R^2}\right) \wedge \left[-\vec{e}_r(\theta)\right]$$

$$d\vec{B}_2(O) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{d\theta}{R}\,\vec{k}$$

Dr T. Diatta

Scanné avec CamScanner

$$B_2(o) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_{\pi} d\theta\, k$$

$$\vec{B}_2(o) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cdot\pi\vec{k} = -\frac{\mu_0 I}{4R}\vec{k}$$

$$\vec{B}(o) = \vec{B}_1(o) + \vec{B}_2(o) = \frac{\mu_0 I}{4R}\vec{k} - \frac{\mu_0 I}{4R}\vec{k}$$

$$\vec{B}(o) = 0$$

III) $$d\vec{B}_1(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi PM^2}\cdot d\vec{l}\wedge\frac{\vec{PM}}{PM}$$

$$d\vec{l} = R\,d\theta\,\vec{e}_\theta$$

$$PM = \sqrt{R^2+z^2}$$

$$\frac{\vec{PM}}{PM} = \frac{\vec{PO}}{PO}\cdot\frac{PO}{PM} + \frac{\vec{OM}}{OM}\cdot\frac{OM}{PM} = -\vec{e}_r\cdot\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}} + \vec{k}\,\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

$$\vec{e}_r = \vec{i}\cos\theta + \vec{j}\sin\theta$$

$$d\vec{B}_1(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2+z^2)}\cdot R\,d\theta\,\vec{e}_\theta\wedge\left[-\vec{e}_r\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}} + \vec{k}\,\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right]$$

$$d\vec{B}_1(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2+z^2)^{3/2}}\cdot R\,d\theta\left(R\vec{k} + z\vec{e}_r\right)$$

$$d\vec{B}_1(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2+z^2)^{3/2}}\left[R^2 d\theta\,\vec{k} + Rz\,d\theta\,\vec{e}_r\right]$$

$$\vec{B}_1(z) = \frac{\mu_0 I R}{4\pi(R^2+z^2)^{3/2}}\left\{R\vec{k}\int_0^{\pi} d\theta + z\int_0^{\pi}(\vec{i}\cos\theta + \vec{j}\sin\theta)\,d\theta\right\}$$

Dr F. Diatta

Scanné avec CamScanner

$B_1(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi (R^2+z^2)^{3/2}} \left[\cdots i + \cdots j \right]$

2/

$$\vec{dB}_2(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{PM}}{PM^2}$$

$$\vec{dl} = -R\,d\theta\,\vec{e_\theta}$$

$$PM = \sqrt{R^2+z^2}$$

$$\frac{\vec{PM}}{PM} = \frac{\vec{PO}}{PO}\cdot\frac{PO}{PM} + \frac{\vec{OM}}{OM}\cdot\frac{OM}{PM} = -\vec{e_r}\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}} + \vec{k}\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

$$\vec{e_r} = \vec{i}\cos\theta + \vec{j}\sin\theta$$

$$\vec{dB}_2(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2+z^2)}\cdot(-R\,d\theta\,\vec{e_\theta}) \wedge \left[-\vec{e_r}\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}} + \vec{k}\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right]$$

$$\vec{B}_2(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2+z^2)^{3/2}} R\,d\theta \left[-R\vec{k} - z\vec{e_r}\right]$$

$$\vec{B}_2(z) = -\frac{\mu_0 I R}{4\pi(R^2+z^2)^{3/2}} \left[R\,d\theta\,\vec{k} + z\,d\theta\,\vec{e_r}\right]$$

$$\vec{B}_2(z) = -\frac{\mu_0 I R}{4\pi(R^2+z^2)^{3/2}} \left\{ R\vec{k}\int_\pi^{4\pi} d\theta + z\int_\pi^{2\pi} (\vec{i}\cos\theta + \vec{j}\sin\theta)\,d\theta \right\}$$

$$\vec{B}_2(z) = -\frac{\mu_0 I R}{4\pi(R^2+z^2)^{3/2}} \left[\pi R\vec{k} - 2z\vec{j}\right]$$

3/ $\vec{B}(z) = \vec{B}_1(z) + \vec{B}_2(z)$

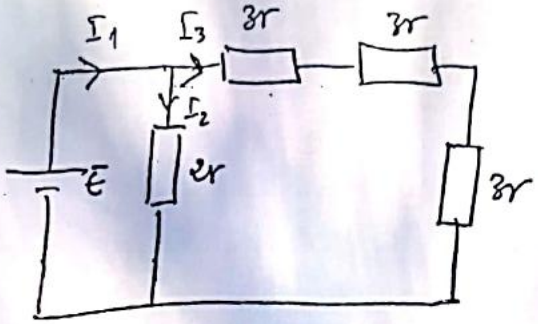
$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I R}{4\pi(R^2+z^2)^{3/2}} \times 4z\vec{j}$$

Dr I. Diatta

Scanné avec CamScanner

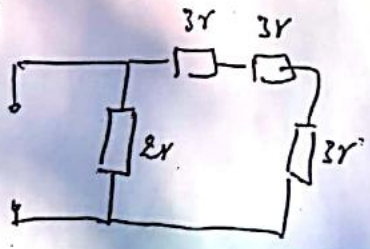
$$B(\delta) = \frac{\cdot}{\pi (R^2+z^2)^{3/2}} \delta$$

B/



Calcul de I_1

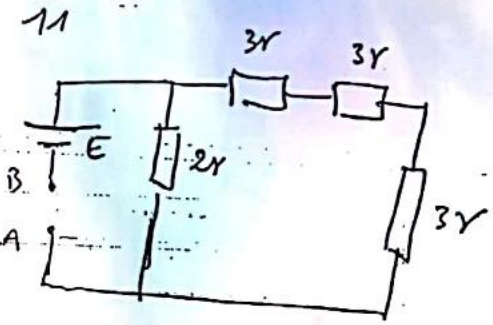
- R_{th}



$$\frac{1}{R_{th}} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{9r} = \frac{9+2}{18r} = \frac{11}{18r}$$

$$\Rightarrow R_{th} = \frac{18}{11} r$$

- V_{th}

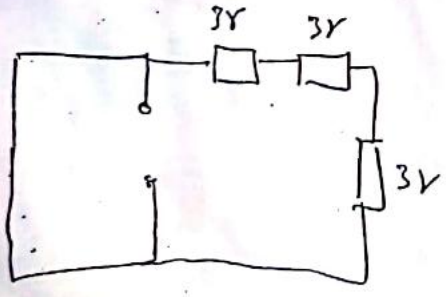


$$V_{th} = V_A - V_B = E$$

$$I_{th} = I_1 = \frac{V_{th}}{R_{th}} = E \times \frac{11}{18r} = \frac{11}{18} \frac{E}{r}$$

Calcul de I_2

- R_{th}

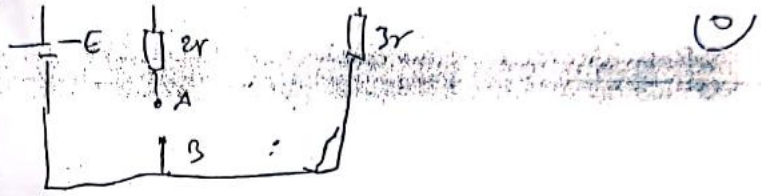


$R_{th} = 0$

Dr I. Diatta

Scanné avec CamScanner

- V_{th}

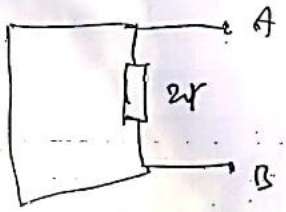


$$V_{th} = V_A - V_B = E$$

$$I_{th} = I_2 = \frac{E}{2r}$$

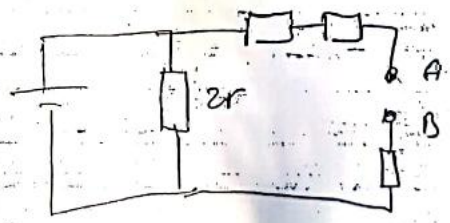
Calcul de I_3

- R_{th}



$$R_{th} = 0$$

- V_{th}



$$V_{th} = E$$

$$I_{th} = I_3 = \frac{E}{9r}$$

Dr I. Diatta

Scanné avec CamScanner

2016-2007 (1) Corrigé en (2)

Université Cheikh Anta Diop de Dakar 2016/2017
Faculté des Sciences et Techniques
Département de Physique

Examen d'électricité – 2ème semestre - Section L1PCSM
Durée : 02H 00mn

(Garder les résultats sous forme de fraction réduite : pas de calcul à la machine !!)

On considère le réseau électrique suivant : (figure 1).

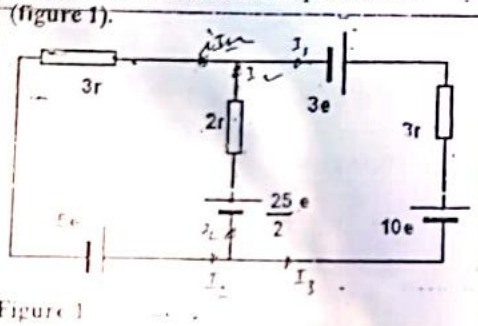


Figure 1

A) Méthode de Maxwell (14 points)

1) Par la technique de Maxwell, proposer les courants fictifs de mailles en indiquant la maille parcourue et le sens de parcours par les éléments du circuit).

2) Ecrire la loi d'Ohm par la matrice de Maxwell :

[résistance] x [courant] = [tensions]

3) Calculer les déterminants des matrices:

a) résistances ;

b) courants fictifs.

4) Calculer les courants fictifs.

Déduire le courant dans la branche commune.

5) Reproduire la figure et indiquer le sens réel des courants dans chaque branche.

B) Méthode de Thévenin : (6 points)

On se propose de calculer le courant de la branche commune par la méthode de Thévenin.

Déterminer :

1) la résistance de Thévenin R_{th} en précisant le schéma électrique équivalent sans la résistance de la branche coupée.

2) a) l'intensité I_0 circulant dans le reste du réseau lorsque la branche commune est coupée ; faire le schéma électrique équivalent.

b) la tension de Thévenin V_{th} en indiquant la position des points A et B sur la branche coupée.

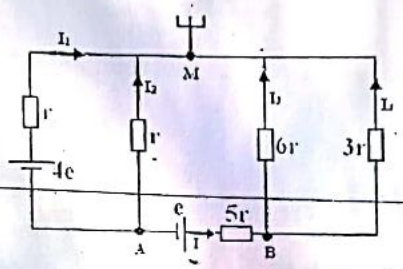
3) le courant de Thévenin I_{th} et en déduire le sens réel du courant de la branche commune.

(Professeur G. SISSOKO : www.solmatmodelling.sn)

Scanné avec CamScanner

MAMMA PC

CORRECTION ELECTRICITE L1PCSM -2ème SEMESTRE-RATTRAPAGE (2017) (33 POINTS)



1°) Branches à partir de A : [A, 4e , r] 1point; [A, r] 1point, [A, e, 5r] 1point

2°) Branches à partir de B : [B , 5r, e] 1point; [B, 6r] 1point; [B, 3r] 1point

3°) Loi d'Ohm : $V_A - V_M = -4e + rI_2$ 1point; $V_A - V_M = rI_2$ 1point; $V_A - V_B = 5rI - (+1)e$ 1point

4°) Loi d'Ohm : $V_B - V_M = 6rI_3$ 1point; $V_B - V_M = 3rI_4$ 1point

5°) Potentiel en M : Potentiel de référence : $V_M = 0$ 1point

6°)Courants : $I_1 = \frac{V_A + 4e}{r}$; 1point $I_2 = \frac{V_A}{r}$; 1point $I = \frac{V_A - V_B + e}{5r}$ 1point

7°) Courants. $I_3 = \frac{V_B}{6r}$; 1point $I_4 = \frac{V_B}{3r}$; 1point $I' = -I = \frac{V_B - V_A - e}{5r}$ 1point

8°) Loi au nœud en A. $I_2 + I_1 + I = 0 \Rightarrow \frac{V_A}{r} + \frac{V_A + 4e}{r} + \frac{V_A - V_B + e}{5r} = 0$

Soit : $11\,V_A - V_B = -21e$ 1point

9°) Loi au nœud en B : $I_4 + I_3 + I' = 0 \Rightarrow \frac{V_B}{3r} + \frac{V_B}{6r} + \frac{V_B - V_A - e}{5r} = 0$

Soit : $-6\,V_A + 21\,V_B = 6e$ 1point

10°) Matrice : $\begin{pmatrix} 11 & -1 \\ -6 & 21 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_A \\ V_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21e \\ 6e \end{pmatrix}$ 1point

$\Delta = \begin{pmatrix} 11 & -1 \\ -6 & 21 \end{pmatrix} = 225$ 1point;

Scanné avec CamScanner

$$\Delta V_A = \begin{vmatrix} -21e & -1 \\ 6e & 21 \end{vmatrix} = -435e$$ 1point;

$$\Delta V_B = \begin{vmatrix} 11 & -21e \\ -6 & 6e \end{vmatrix} = -60e$$ 1point

11°) Potentiels

$V_A = \frac{\Delta V_A}{\Delta} = -\frac{29}{15}e$; 1point

$V_B = \frac{\Delta V_B}{\Delta} = -\frac{4}{15}e$ 1point

12°) Les courants :

$I_1 = \frac{31e}{15r}$ 1point; $I_2 = -\frac{29e}{15r}$ 1point; $I = -\frac{2e}{15r}$ 1point

$I_3 = -\frac{2e}{45r}$ 1point $I_4 = -\frac{4e}{45r}$; 1point $I' = \frac{2e}{15r}$ 1point

13°) A.N $r = 1\,\Omega$; $e = 1$ V Tableau 1point

(Faire attention au signe des courants permettant de déduire leur sens)

Nœud A	Nœud B
$V_A = -\frac{29}{15}V$	$V_B = -\frac{4}{15}V$
$I_1 = \frac{31}{15}A$	$I_3 = -\frac{2}{45}A$
$I_2 = -\frac{29}{15}A$	$I_4 = -\frac{4}{45}A$
$I = -\frac{2}{15}A$	$I' = \frac{2}{15}A$

Scanné avec CamScanner

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

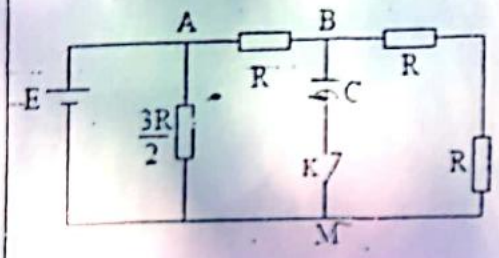
MAITRISE PC

L1PCSM Examen du 2ème Semestre - Epreuve d'Electricité- Durée : 2 H

NB : l'étudiant traitera un sujet au choix

Sujet 1:

Un réseau électrique est donné par le circuit suivant:



1°) Expliquer la différence entre les régimes permanent et variable.

2°) A l'instantt = 0, l'interrupteur K est fermé. Lorsque le régime permanent est établi :

a) Indiquer la grandeur physique qui explique le régime permanent et l'expliciter mathématiquement.

b) En conséquence, quelle est la modification du schéma du circuit

c) Représenter alors le circuit en régime permanent.

3°) Déterminer par la méthode de Millmann, les courants électriques dans chacune des branches(à identifier) :

a) Ecrire la loi du nœuds en A.

b) Exprimer la différence de potentiel pour chaque branchedu circuit(à identifier) reliée à A et déduire les courants.

c) Relier le point M à la masse et établir l'équation à une inconnue en V_A.

d) A.N : E=100V, R=6kΩ et C=20μF

4°) En régime variable, on se propose de déterminer le courant de charge i_c traversant le condensateur C par la méthode de Millmann.

a) Ecrire la loi des nœuds en A et en B.

b) Exprimer la différence de potentiel pour chaque branchedu circuit(à identifier) reliée à A et à B.

c) Relier le point M à la masse et à l'aide de a) et de b) établir le système d'équations en V_A et V_B.

d) Ecrire l'expression du courant i_c dans la branche du condensateur de charge q(t), à l'instant t.

e) Etablir l'équation différentielle régissant la charge q(t)du condensateur et en déduire la constante de temps τ_c.

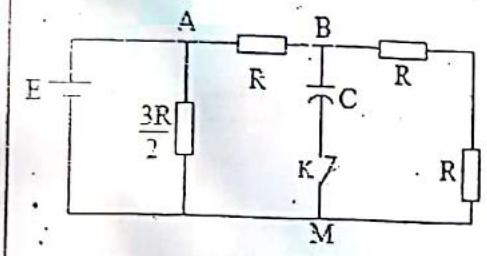
f) Résoudre l'équation différentielleenq(t)sachant qu'à t = 0, q = 0et en déduire l'expression de i_c.

g) A.N : E=100V, R=6kΩ et C=20μF

Scanné avec CamScanner

Sujet 2 : Méthode de Thévenin

Un réseau électrique est donné par le circuit suivant:



1°) Expliquer la différence entre les régimes permanent et variable.

2°) A l'instant t = 0, l'interrupteur K est fermé. Lorsque le régime **permanent** est établi :

a) Indiquer la grandeur physique qui explique le régime permanent et l'expliciter mathématiquement.

b) En conséquence, quelle est la modification du schéma du circuit

c) Représenter alors le circuit en régime permanent.

3°) Par la méthode de **Thévenin**, déterminer les courants dans chacune des branches (**à identifier**) :

a) Déterminer la résistance **Thévenin**(représenter le circuit coupe)

b) Déterminer la tension **Thévenin**(représenter le circuit coupé).

c) Déduire le courant dans la branche en fonction de **R** et **E**

NB : la résistance thévenin R_{TH}(branche coupée en zoulou et sans la résistance de la branche) et

$$I_{TH} = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_{branche\ coupée}}$$

d) A.N : **E=100V**, R=6kΩ et C=20μF

4°) En régime variable, on se propose de déterminer le courant de charge i_c traversant le condensateur C par la méthode de Thévenin.

a) Déterminer la résistance Thévenin

b) Déterminer la tension Thévenin.

c) Déduire le courant i_c dans la branche du condensateur, et le comparer à l'expression de la définition du courant de charge.

d). Etablir l'équation différentielle régissant la charge **q(t)** du condensateur, en déduire la constante de temps τ_c.

e) Résoudre l'équation différentielle en **q(t)** sachant qu'à t = 0, q = 0et en déduire l'expression de i_c

f)A.N : **E = 100V, R = 6kΩ et C = 20μF**

Scanné avec CamScanner

MAMMA PC

Sujet 1 : Millmann 22/20

1°) En régime permanent les grandeurs physiques sont indépendantes du temps alors qu'en régime variable elles dépendent du temps. 1 point

2°)

a) la charge du condensateur q(t) : q(t) = cste

$\Rightarrow i_c = \frac{dq(t)}{dt} = 0$ 1 point

b) On peut enlever la branche BM qui contient le condensateur. 1 point

3°)

a) $i_3 = i_1 + i_2$ 1 point

b) A, E, M: $V_A - V_M = E$ 1 point

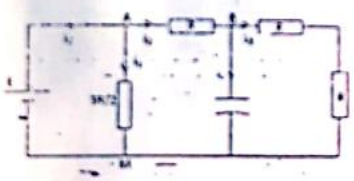
A, 3R/2, M:

$V_A - V_M = \frac{3R}{2} i_2$; 1 point

c) $V_M = 0$; $i_2 = \frac{2E}{3R}$; 0,5 point $i_1 = \frac{E}{3R}$; 0,5 point $i_1 = \frac{2E}{3R} + \frac{E}{3R} = \frac{E}{R}$ 0,5 point

d) $i_1 = 0{,}017A$; 0,5 point $i_2 = 0{,}011A$; 0,5 point $i_3 = 0{,}006A$. 0,5 point

4°)



b)) A, E, M: $V_A - V_M = E$

0,5 point

A, 3R/2, M: $V_A - V_M = \frac{3R}{2} i_2$;

0,5 point

A, R, B: $V_A - V_B = R.i_2$;

0,5 point

B, R, R, M: $V_B - V_M = 2R.i_3$

0,5 point

B, C, M: $V_B - V_M = \frac{q}{C}$

0,5 point

c) $V_M = 0$ et $V_A = E$

$i_1 = \frac{2E}{3R}$ 0,5 point

$i_2 = \frac{E - V_B}{R}$ 0,5 point

$i_3 = \frac{V_B}{2R}$ 0,5 point

$V_B = \frac{q}{C}$ 0,5 point

$i_2 = i_c + i_3$ 0,5 point

soit

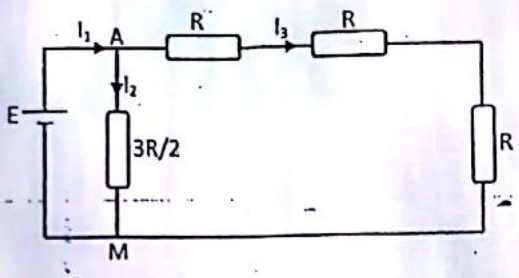
$i_c = \frac{E - V_B}{R} - \frac{V_B}{2R} = \frac{2E - 3V_B}{2R}$

D'où

$i_c = \frac{2E - \frac{3q}{C}}{2R} = \frac{2EC - 3q}{2RC}$

0,5 point

c) 1 point



$i_2 = \frac{2}{3R}(V_A - V_M)$ 1 point

A, R, R, R, M: $V_A - V_M = 3R.i_3$; 1 point

$i_3 = \frac{1}{3R}(V_A - V_M)$ 1 point

a) En A: $i_0 = i_1 + i_2$ 0,5 point

en B: $i_2 = i_c + i_3$ 0,5 point

d)

$i_c = \frac{dq}{dt}$ soit $\frac{dq}{dt} + \frac{3q}{2RC} = \frac{E}{R}$;

0,5 point

$\tau_c = \frac{2RC}{3}$ 0,5 point

e) $q(t) = \frac{2}{3}EC(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

0,5 point

$i_c = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau_c}}$ 0,5 point

f) $i_c = \frac{1}{60} e^{-12,5t} =$

$0{,}017.e^{-12,5t}\ A$ 0,5 point

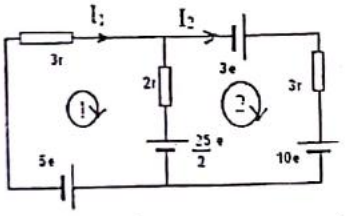
Scanné avec CamScanner

2016-2017 (2)

Epreuve d'électricité – 2ème semestre - Section LIPCSM - 2016-2017

CORRECTION

A) Méthode de Maxwell (14points)



2 points

1) maille 1 : (5e, 3r, 2r, $\frac{25e}{r}$, 5e) 1point

maille 2 : (3e, 3r, 10e, $\frac{25e}{r}$, 2r, 3e) 1point

2) $\begin{pmatrix} 2r+3r & -2r \\ -2r & 2r+3r \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{25e}{2}-5e \\ 3e-10e+\frac{25e}{2} \end{pmatrix}$ 1point

3) a) $\Delta R = \begin{vmatrix} 5r & -2r \\ -2r & 5r \end{vmatrix} = 21r^2$ 1point

b) $\Delta I_1 = \begin{vmatrix} -\frac{35e}{2} & -2r \\ \frac{11e}{2} & 5r \end{vmatrix} = -\frac{153}{2}re$ 1point

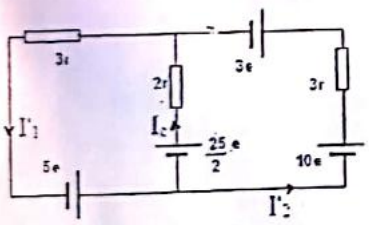
c) $\Delta I_2 = \begin{vmatrix} 5r & -\frac{35e}{2} \\ -2r & \frac{11e}{2} \end{vmatrix} = -\frac{15}{2}re$ 1point

4) $I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta R} = -\frac{51}{14}\cdot\frac{e}{r}$ 1point

$I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta R} = -\frac{5}{14}\cdot\frac{e}{r}$ 1point

$I_c = I_2 - I_1 = \frac{23}{7}\cdot\frac{e}{r}$ 1point

5) sens réel des courants (voir figure)



3 points

$I'_1 = -I_1$,

$I'_2 = -I_2$

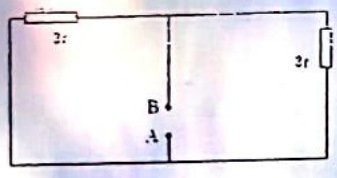
et I_c.

B) Méthode de Thévenin (6points)

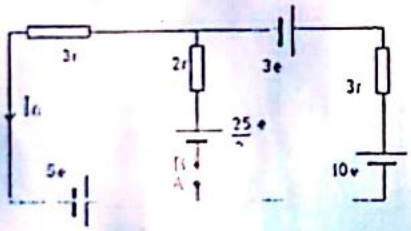
1) $R_{TH} = (3r \,//\, 3r) \rightarrow \frac{1}{R_{TH}} = \frac{1}{3r} + \frac{1}{3r} = \frac{2}{3r}$

Scanné avec CamScanner

$R_{th} = \frac{3r}{2}$; 2.points



2) a) $3r.I_0 - 5e - 10e + 3r.I_0 + 3e = 0$



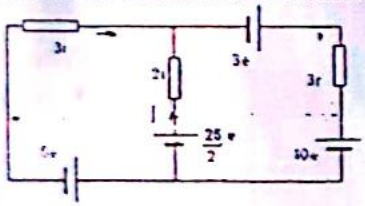
$I_0 = \frac{2e}{r}$ 2 points

b)

$V_{th} = V_A - V_B = 5e - 3rI_0 + \frac{25e}{2}$ (ou $- 10e + 3rI_0 + 3e + \frac{25e}{2}$) $= \frac{23}{2}e$ 1 point

3) $I_{th} = \frac{V_{th}}{R_{th}+2r} = \frac{23}{7}\cdot\frac{e}{r}$ 1point

Sens réel du courant sur la branche commune



Scanné avec CamScanner

Régime Stationnaire

EXAMEN ELECTRICITE SEMESTRE 2 – SESSION UNIQUE – 2013/2014

Sujet 2 : Thévenin 22/20

FIAMMA-PC

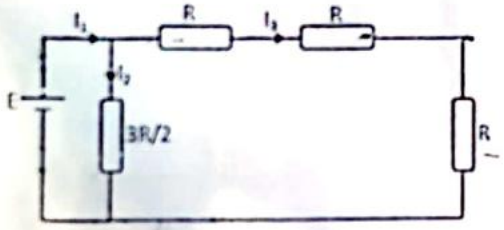
1°) En régime permanent les grandeurs physiques sont indépendantes du temps alors qu'en régime variable elles dépendent du temps. **1 point**

2°)

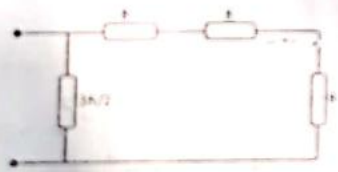
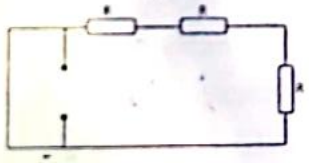
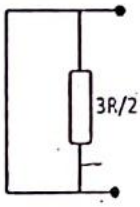
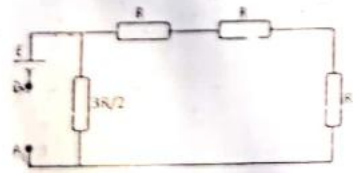
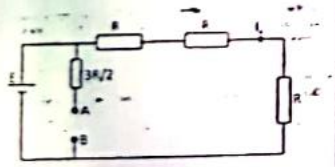
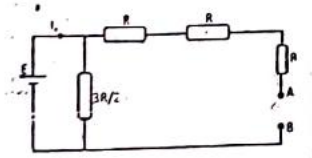
a) la charge du condensateur q(t) : $q(t) = cste \Rightarrow i_c = \frac{dq(t)}{dt} = 0$ **1 point**

b) On peut enlever la branche BM qui contient le condensateur. **1 point**

c) **1 point**



3°)

calcul du courant I_1	calcul du courant I_2	calcul du courant I_3
Résistance Thévenin  a) $R_{th} = R$ 1 point	Résistance Thévenin  a) $R_{th} = 0$ 1 point	Résistance Thévenin  a) $R_{th} = 0$ 1 point
Tension Thévenin  b) $V_{th} = E$ 1 point c) $I_1 = E/R$ 1 point d) $i_1 = 0{,}017A$, 1 point	Tension Thévenin  b) $V_{th} = E$ 1 point c) $I_2 = 2E/3R$ 1 point d) $i_2 = 0{,}011A$; 1 point	Tension Thévenin  b) $V_{th} = E$ 1 point c) $I_3 = E/3R$ 1 point d)) $i_3 = 0{,}006A$. 1 point

$= \frac{1}{3R} + \frac{1}{3R} = \frac{3}{3R} = \frac{1}{R}$

$\frac{1}{2R} \quad \frac{R}{R}$

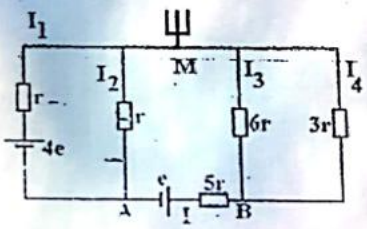
Scanné avec CamScanner

Université Cheikh Anta Diop de Dakar — 2016/2017
Faculté des Sciences et Techniques
Département de Physique

MAMMA TC

Examen d'électricité – 2ème semestre - Rattrapage- Section L1PCSM
Durée : 02H 00mn
(Garder les résultats sous forme de fraction réduite : pas de calcul à la machine !!)

On considère le réseau électrique de la figure ci-dessous :



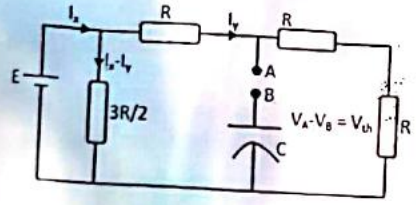
Le courant électrique à déterminer pour chacune des branches est indiqué sur la figure.

1) Citer les différentes branches reliées au nœud A en les identifiant par leurs éléments constitutifs, et en indiquant les courants choisis sortant du nœud A.
2) Citer les différentes branches reliées au nœud B en les identifiant par leurs éléments constitutifs, et en indiquant les courants choisis sortant du nœud B.
3) En utilisant la **loi d'ohm généralisée**, écrire la différence de potentiel $V_A - V_M$ relative à chaque branche, reliée au nœud A.
4) En utilisant la **loi d'ohm généralisée**, écrire la différence de potentiel $V_B - V_M$ relative à chaque branche, reliée au nœud B
5) Quelle est la valeur du potentiel électrique V_M en M ?
6) A partir de cette valeur de V_M et des résultats de la 3ème question, tirer les expressions des courants reliés au nœud A
7) A partir de cette valeur de V_M et des résultats de la 4ème question, tirer les expressions des courants reliés au nœud B.
8) Ecrire **la loi des courants** au nœud A en fonction de V_A et V_B
9) Ecrire **la loi des courants** au nœud B en fonction de V_A et V_B
10) Les équations 8) et 9) constituent un système de deux équations à deux inconnus en V_A et V_B à représenter sous forme matricielle.
11) Résoudre le système d'équations en donnant les expressions des potentiels V_A et V_B
12) Des expressions de V_A et V_B, et des résultats des 6ème et 7ème questions déduire les différents courants en fonction des caractéristiques du réseau, indiquer leur sens.
13) Mettre les résultats dans un tableau et porter l'application numérique $e = 1V$, $r = 1\ \Omega$.

(Professeur G. SISSOKO : www.solmatmodelling.sn)

Scanné avec CamScanner

4°)



a) $R_{éq}=2R/3$ 1 point

b) $V_{th} = 2R\, i_y \cdot q/c = 2E/3 - q/c$ 1 point

c) $i_c = -\frac{3q}{2RC} + \frac{E}{R} = \frac{dq}{dt}$ 1 point

d) $\frac{dq}{dt} + \frac{3q}{2RC} = \frac{E}{R}$ 1 point

$\tau_c = \frac{2RC}{3}$ 0,5 point

e) $q(t) = \frac{2}{3}EC(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ 0,5 point

$i_c = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau_c}}$ 0,5point

f) $i_c = \frac{1}{60}e^{-12,5t} = 0,017.e^{-12,5t}$ A

0,5 point

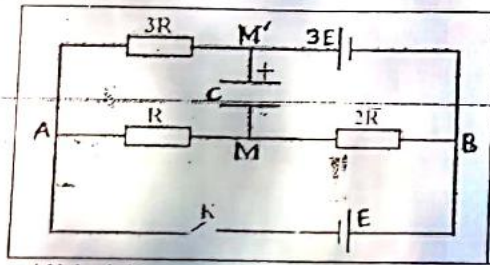
UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
CSM

MAMMATC

2015 - 2016

EXAMEN DE RATTRAPAGE DU2ème SEMESTRE – EPREUVE D'ELECTRICITE

On considère le circuit électrique (S) suivant, comportant, des résistances R, des générateurs de fem E, un condensateur C et un interrupteur K :



L'interrupteur K est fermé à t = 0

1°) Lorsque le régime **stationnaire** est établi dans le circuit :

a/ Que signifie régime stationnaire,

b/ Donner le schéma du nouveau circuit (S') obtenu,

c/ Calcul des courants (I'_1, I'_2, I'_3) .

- Indiquer sur la figure le sens des courants (I'_1, I'_2, I'_3), tous arrivants vers A, dans chacune des branches du circuit
- Déterminer par la méthode de **Millmann**, les courants électriques dans chacune des branches :
- Ecrire la loi du nœud en A.
- Exprimer la différence de potentiel pour chaque branche du circuit(en les identifiant) reliée à A et déduire les courants

c) En reliant le point B à la masse $(V_{B=0})$, établir l'équation à une inconnue en V_A

2°) En régime variable, on détermine le courant I_c traversant le condensateur par la méthode de Millmann. Pour cela :

a) Ecrire la loi des nœuds en A et en B.

b) Exprimer la différence de potentiel pour chague branche du circuit(à identifier) reliée à A et à B.

c) En reliant le point M à la masse$(V_{M=0})$ et à l'aide de a) et de b) établir le système d'équations en V_A et V_B.

d/ Ecrire l'expression du courant de charge I_c, du condensateur par sa définition

e/ Etablir l'équation différentielle de la charge du condensateur q(t), en comparant c) et d).

f/ Donner l'expression de la charge q(t), en considérant qu'au temps t = 0, q = 0.

g/ Donner la constante de temps τ et son unité.

h/ Donner l'énergie w maximale emmagasinée dans le condensateur.

NB : chaque résultat sera donné en fonction de R, E et C

Professeur Grégoire SISSOKO (www.solmatmodelling.sn)

Scanné avec CamScanner

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
LIPCSM

TIATIMA PC

2015 - 2016

(Méthode du potentiel de référence)

CORRECTION EXAMEN DE RATTRAPAGE DU 2ème SEMESTRE

EPREUVE D'ELECTRICITE

/50

1°) Régime stationnaire (/35)

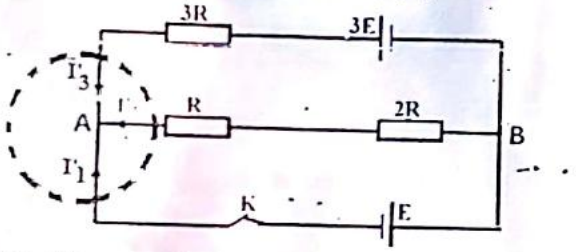
a/ Le condensateur est entièrement chargé (la charge du condensateur est maximale), (2pts)

Sa charge est constante et aucun courant ne circule dans cette branche : $q = cst$

$\Rightarrow Ic = \frac{dq}{dt} = 0$ (2pts),

Ce qui permet de supprimer (d'enlever) la branche contenant le condensateur

b/ schéma du nouveau circuit (S') obtenu (2pts)



c/ Calcul des courants (I'_1, I'_2, I'_3) :

- Sens des courants arrivants vers A, voir figure (2pts)
- Loi du nœud en A : $I_1' + I_2' + I_3' = 0$ (2pts)
- Différence de potentiel pour chaque branche (Loi d'Ohm)
  - (A, 3R, 3E, B) : $V_A - V_B = -3RI_3' + 3E$ (3pts)
  - (A, R, 2R, B) : $V_A - V_B = -3RI_2'$ (3pts)
  - (A, E, B) : $V_A - V_B = -E$ (3pts)

B relié à la masse ( ) → $V_B = 0$ (1pt) potentiel de référence

(Loi d'Ohm) :

(A, 3R, 3E, B): $V_A = -3RI_3' + 3E \Rightarrow I_3' = \frac{3E - V_A}{3R}$ (3pts)

(A, R, 2R, B): $V_A = -3RI_2' \Rightarrow I_2' = -\frac{V_A}{3R}$ (3pts)

(A, E, B): $V_A = -E$ (3pts)

- Expressions des courants :

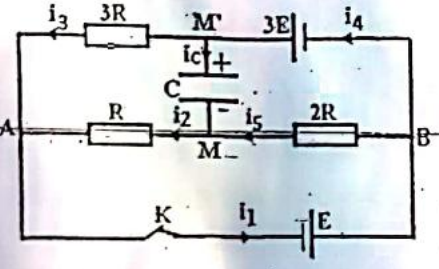
$I_2' = \frac{E}{3R}$ (2pts)

$I_3' = \frac{4E}{3R}$ (2pts)

Scanné avec CamScanner

$$I_1' = -(I_2' + I_3') = -\frac{5E}{3R}$$ (2pts) (loi du nœud en A; question c)

2°) Régime variable (le condensateur est maintenu dans la branche,), on détermine le courant Ic traversant le condensateur par la méthode de Millman (/15)



a/ Loi du nœud en A : $i_3 + i_2 = i_1$ (0,5pt)

Loi du nœud en B : $i_1 = i_5 + i_4$ (0,5pt)

b/ Différence de potentiel : (Loi d'Ohm)

- (A, 3R, M') : $V_A - V_{M'} = -3Ri_3$ (0,5pt)
- (A, R, M) : $V_A - V_M = -Ri_2$ (0,5pt)
- (A, E, B) : $V_A - V_B = E$ (0,5pt)
- (B, 3E, M') : $V_B - V_{M'} = 3E$ (0,5pt)
- (B, 2R, M) : $V_B - V_M = 2Ri_5$ (0,5pt)

C°) M relié à la masse ($\overset{M}{\perp\!\!\!\perp}$) → $V_M = 0$ potentiel de référence (0,5pt)

(Loi d'Ohm)

$V_{M'} = \frac{q}{c}$ (0,5pt)

(A, 3R, M') $V_A - \frac{q}{c} = -3Ri_3$ (1) (0,5pt)

(A, R, M) $V_A = -Ri_2$ (2) (0,5pt)

(A, E, B) $V_A - V_B = -E$ (3) (0,5pt)

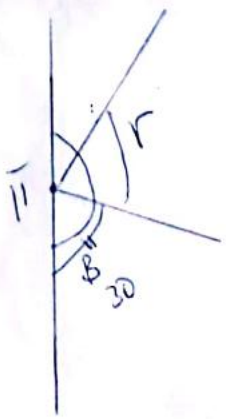
(B, 3E, M') $V_B - \frac{q}{C} = -3E$ (4) (0,5pt)

(B, 2R, M) $V_B = 2Ri_5$ (5) (0,5pt)

Scanné avec CamScanner

La hâte mal ku hoilla kal seg kadiyou

$$\frac{-\bar{E}}{3k} + \frac{1\bar{B}}{3k} = \frac{-\bar{E} + 3\bar{E}}{3k} = \frac{2\bar{E}}{3k}$$



Scanné avec CamScanner

Année académique 2013/2019

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
Faculté des Sciences et Techniques
Département de Physique

300 F

EXAMEN FINAL

Diplôme : Licence	Semestre : 2	Enseignant : Prof K. TALLA
UE : Optique	EC : Optique	Durée : 02 Heures
Crédit : 6	Épreuve : OPTIQUE	Session : Normale

Exercice 1 : Interférences en lumière polychromatique (4 pts)

On considère le dispositif interférentiel des trous de Young éclairés par une source dichromatique : jaune ($\lambda_J = 589.00\ \mu m$) et bleu ($\lambda_B = 441.75\ \mu m$) placée sur la médiatrice du segment joignant les deux trous distants de $a = 4\ mm$. Les figures d'interférences sont observées sur un écran placé parallèlement au plan des sources et à une distance $D = 1\ m$ de celui-ci.

1. Qu'observe-t-on qualitativement sur l'écran d'observation lorsque celui-ci reçoit la lumière provenant des trous de Young ? (1 pt)
2. Quelle est la nature et couleur de la frange centrale ? (1 pt)
3. En quel(s) point(s) du plan d'observation se formera la première frange de même couleur que la frange centrale ? (2 pts)

Exercice 2: Prisme (10 pts)

I- Propagation d'un rayon lumineux dans un prisme (5 pts)

Un prisme de verre d'indice $n = 1,51$ (voir figure 1) a pour section principale un triangle (ABC) rectangle en A. On note β l'angle ABC. Le prisme est plongé dans l'air d'indice égal à $1,00$. On éclaire la face d'entrée AB sous incidence normale.

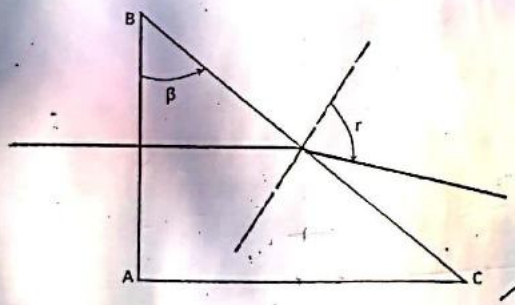


Figure 1

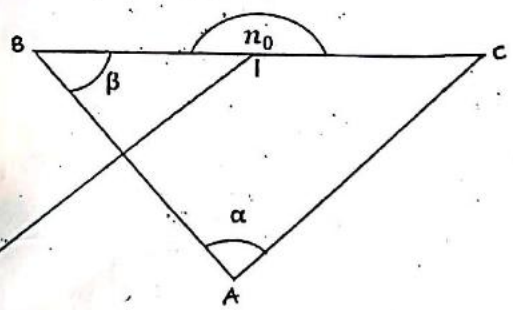


Figure 2

1. Calculer la valeur de l'angle de réfraction r à la sortie du prisme lorsque $\beta = 30,0°$. (2 pts)
2. Soit β_l la valeur limite de l'angle en B à partir de laquelle il y a réflexion totale sur la face BC du prisme. Calculer la valeur de β_l. (2 pts)
3. Quelle est la valeur β' de l'angle $\widehat{ABC}$ (β) telle que les rayons lumineux, après réflexion totale sur la face BC, émergent du prisme perpendiculairement à la face AC ? (1 pt)

Scanné avec CamScanner

Un

Examen de Physique (Optique)

Session normale 2019

Exercice 1 : *Interférences en lumière polychromatique (09 points)* (4pts

On considère le dispositif interférentiel des trous de Young éclairés par une source dichromatique (jaune-bleu ; $\lambda_J = 589.00\ \mu m$ *et* $\lambda_B = 441.75\ \mu m$) placée sur la médiatrice du segment joignant les deux trous distants de $a = 4\ cm$. Les figures d'interférences sont observées sur un écran placé parallèlement au plan des sources et à une distance $D = 1\ m$ de celui-ci.

1. Qu'observe-t-on qualitativement sur l'écran d'observation lorsque celui-ci reçoit la lumière provenant des trous de Young ?

On observe sur l'écran la superposition d'un système de franges d'interférences dues à la radiation jaune avec le système de franges d'interférences dues à la radiation bleue. 1 pt

2. Quelle est la couleur (perception) de la frange centrale ?

La frange centre (d'ordre 0) est une frange brillante aussi bien pour la radiation jaune que pour la radiation bleue. Il en résulte une frange centrale de couleur jaune-bleue : donc de perception « verte ». 1 pt

3. En quel(s) point(s) du plan d'observation se formera la première frange de même couleur que la frange centrale ?

Le même aspect que la frange centrale est observé en tout point où se produit la superposition d'une frange brillante jaune et d'une frange brillante bleue. Si cela se produit entre la frange jaune d'ordre p et la frange bleue d'ordre p', nous aurons : $pi = p'i'$; *où* $i = \frac{\lambda_J D}{a}$ *et* $i' = \frac{\lambda_B D}{a}$ sont les interfranges respectives pour les systèmes de franges dues aux radiations jaune et bleue. En faisant le rapport, on obtient : 0,5pt

$$\frac{p}{p'} = \frac{\lambda_B}{\lambda_J};\quad AN:\ \frac{p}{p'} = 0.75 = \frac{3}{4}$$ 0,5pt 0,5pt

Après la frange centrale, la première coïncidence entre les deux systèmes de franges se produira entre la frange jaune d'ordre $p = 3$ et la frange bleue d'ordre $p' = 4$. Ces franges sont localisées sur l'écran d'observation aux points situés à la distance $d = pi = p'i'$; $AN: d = 44.18\ cm$ de la frange centrale.

Remarque : d'autres coïncidences auront lieu à chaque fois que le rapport $\frac{p}{p'}$ vaudra 0.75.

Exercice 3 : *Vergence d'une lentille mince, nature d'une image* 6pts

On considère **lentilles minces** représentées sur la figure ci-après. Ces lentilles taillées dans un verre d'indice n, sont placées dans l'air d'indice $n_0 \approx 1$ $(n > n_0)$.

Scanné avec CamScanner

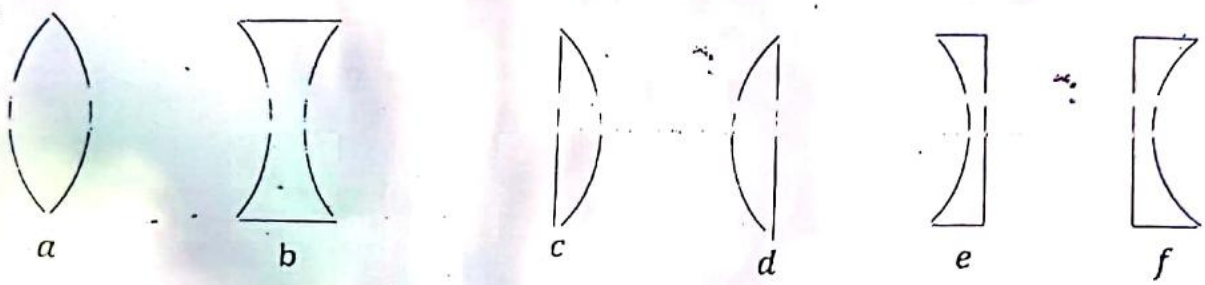


Figure unique

Compléter le tableau ci-après en indiquant :

1. - la nature de chaque lentille ;

La vergence d'une lentille mince est la somme des vergence des dioptres qui la composent :

$$V \approx V_1 + V_2; avec\ V_1 = \frac{n - n_0}{\overline{S_1C_1}}\ et\ V_2 = \frac{n_0 - n}{\overline{S_2C_2}}$$

2. La nature de l'image que donne chaque lentille si l'objet considéré est réel et placé très loin de la lentille (à une distance supérieure à la distance focale de la lentille).

Relation de conjugaison d'un objet A_1 et de son image A_2 par une lentille mince de sommet S placée dans un milieu n_0 :

$$\frac{1}{\overline{SA_2}} - \frac{1}{\overline{SA_1}} = V; d'où\ la\ position\ de\ l'image: \overline{SA_2} = \frac{1}{V + \frac{1}{\overline{SA_1}}}$$

$$avec\ V + \frac{1}{\overline{SA_1}}\ de\ même\ signe\ que\ V$$

Lentille	a (biconvexe)	b (biconcave)	c (plan-convexe)	d (convexe-plan)	E (concave-plan)	F (plan-concave)
Nature de la lentille	$V_1 > 0$; $V_2 > 0 \Rightarrow$ lentille convergente 0,5pt	$V_1 < 0$; $V_2 < 0 \Rightarrow$ lentille divergente 0,5pt	$V_1 = 0$; $V_2 > 0 \Rightarrow$ lentille convergente 0,5pt	$V_1 > 0$; $V_2 = 0 \Rightarrow$ lentille convergente 0,5pt	$V_1 < 0$; $V_2 = 0 \Rightarrow$ lentille divergente 0,5pt	$V_1 = 0$; $V_2 < 0 \Rightarrow$ lentille divergente 0,5pt
Nature de l'image	$\overline{SA_2} > 0 \Rightarrow$ image réelle	$\overline{SA_2} < 0 \Rightarrow$ image virtuelle 0,5pt	$\overline{SA_2} > 0 \Rightarrow$ image réelle	$\overline{SA_2} > 0 \Rightarrow$ image réelle	$\overline{SA_2} < 0 \Rightarrow$ image virtuelle	$\overline{SA_2} < 0 \Rightarrow$ image virtuelle 0,5pt

Scanné avec CamScanner

Correction Examen UE1 IGUE

Semestre 1 - Session normale

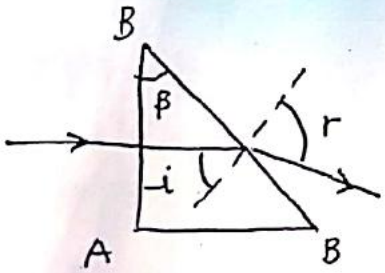
2019

Exercice 2 : 10 pts

I)

1) A l'entrée du prisme en I, le rayon n'est pas dévié.

Notons i l'angle d'incidence sur la face de sortie du prisme en J ; i est relié à l'angle β par la relation $\boxed{i = \beta}$ (0,5 pt)



- la loi de descarte (refraction) en J donne

(0,5) $n \sin i = \sin r$, on obtient finalement

$\boxed{r = \arcsin(n \sin \beta)}$ (0,5 pt) $\boxed{r = 49°}$ (0,5 pt)

2) Il y a reflexion totale sur la face BC si l'angle i' verifie la relation $n \sin i > 1$ (0,5 pt)

Soit $\sin \beta > \frac{1}{n}$, donc $\boxed{\beta_l = \arcsin \frac{1}{n}}$ (1 pt)

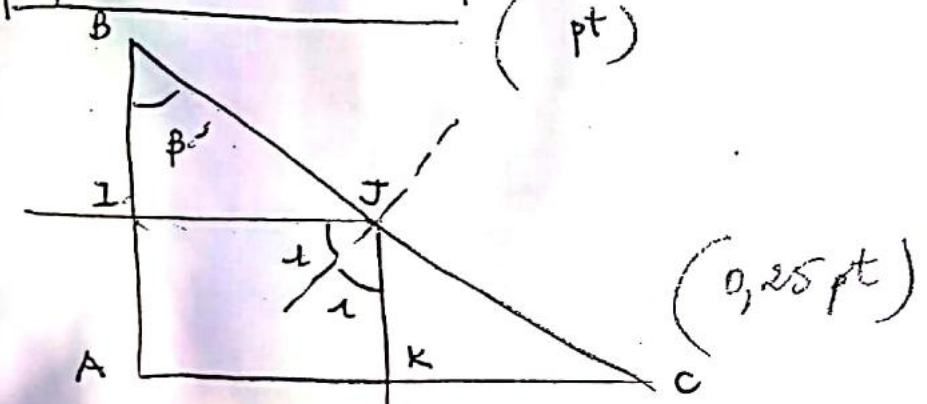
AN. $\beta_l = 41,5°$ (0,5)

3) L'angle de reflexion est égal à l'angle d'incidence en I (Loi de reflexion de Descartes)

Scanné avec CamScanner

Soit K le point d'impact du rayon sur la face AC ; pour que le rayon soit ⊥ à la face AC, il faut que l'angle i soit tq $2i = \frac{\pi}{2}$, on obtient

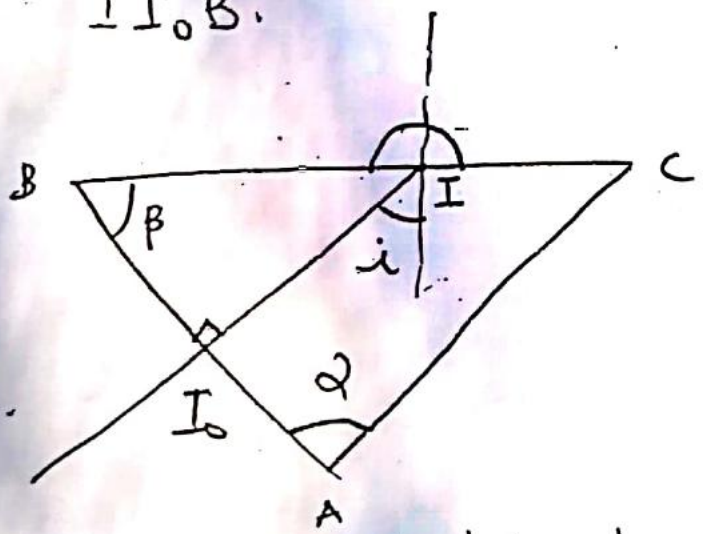
$$\boxed{\beta' = i = 45°}$$



(pt)

(0,25 pt)

II) 1) En I, il y a reflexion totale du milieu n vers le milieu n_0 si $n \sin i > n_0$. Calculons i dans le triangle II_0B.



la somme des angles du triangle est egale à π :

$$\widehat{I_0BI} + \widehat{BII_0} + \widehat{II_0B} = \pi$$

$$\beta + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow \boxed{i = \beta}$$

(0,5 pt)

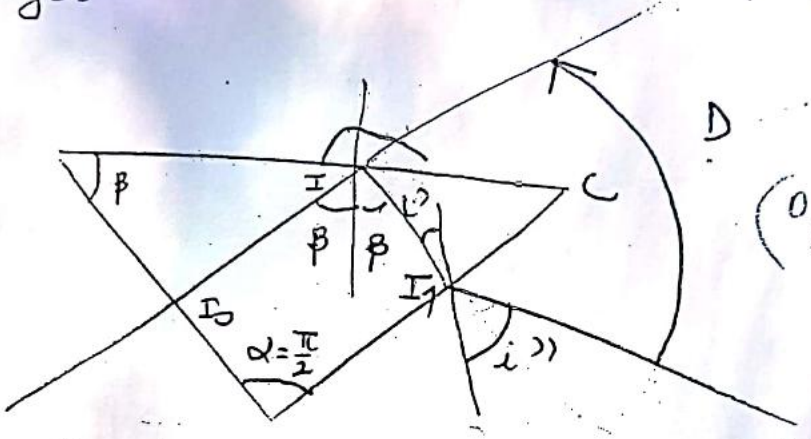
Scanné avec CamScanner

... nnL > no s'écrit :

$n_0 < n \sin\beta$ (1 pt)

$\Rightarrow \quad n_0 < 1,23$ (0, 5pt)

2. Dans le cas de la réflexion en I, représentons le trajet



(0,25 pt)

Calculons la valeur de l'angle i', angle d'incidence sur la face AC séparant le verre de l'air en I_1.

Dans le triangle II_1C, on a $(\widehat{ICI_1}) + (\widehat{CI_1I}) + (\widehat{I_1IC}) = \pi$

$\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) + \left(\frac{\pi}{2} + i'\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \pi \Rightarrow i = 2\beta - \frac{\pi}{2} = 30°$

(0, 5pt)

La loi de réfraction de Descartes permet de calculer i'' : $n \sin i' = \sin i'' \Rightarrow i'' = -\arcsin(n\cos(2\beta))$

$i'' = 48,59°$ (0,25 pt) (0,50 pt)

La déviation en I due à la réflexion totale est égale à $\pi - 2\beta$ 0,25 pt

La déviation en I_1 due à la réfraction est égale à $i' - i'' = 2\beta - \frac{\pi}{2} - i''$ 0,25 pt

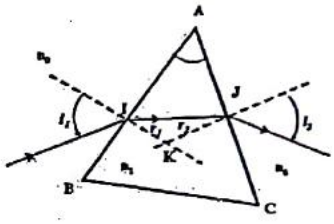
$D = \frac{\pi}{2} - i''$ 0,25 pt $\quad D = 41,41°$ (0,5 pt)

Département de Physique
Faculté des Sciences et Techniques
Université Cheikh Anta Diop -Dakar

Corrigé d'Optique (1er Semestre ; 2nde Session). Durée : 2 Heures

Exercice 1 : *(10 points)*

Un prisme ABC d'angle A, d'indice de réfraction n est placé dans l'air d'indice n_0. Un rayon lumineux, issu d'une source monochromatique, est envoyé sous incidence i_1, en I sur la face AB. En I, ce rayon est réfracté (avec un angle de réfraction r_1) et arrive en J sur la face AC, sous incidence r_2. Le rayon est enfin réfracté en J sous un angle (de réfraction) i_2.



1. Dessiner le trajet suivi par le rayon lumineux ainsi décrit.
   Voir figure (2pts).
2. Établir les trois relations fondamentales du prisme, reliant les angles Descartes.

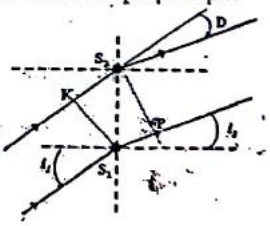
Relations de Descartes : $\begin{cases} \underline{Réfraction\ en\ I:} & n_0 \sin i_1 = n \sin r_1 \\ \underline{Réfraction\ en\ J:} & n_1 \sin r_2 = n_0 \sin i_2 \\ \underline{or\ dans\ le\ triangle\ IJK:} & r_1 + r_2 = A \end{cases}$ 3x(2pts)

3. Exprimer l'angle de déviation totale D du rayon, en fonction de i_1, i_2 et A.

$$D = i_1 + i_2 - A \quad \textbf{(2pt)}$$

Exercice 2 : ***(10 points)***

Un réseau de diffraction est constitué d'une lame transparente de verre sur laquelle sont gravés n traits opaques par millimètre. On éclaire ce réseau, sous incidence oblique i, par un faisceau de rayons parallèles d'une lumière monochromatique de longueur d'onde λ.



1. Calculer la différence de marche entre deux sources consécutives de ce réseau ainsi éclairé.

$\delta = S_1P - KS_2 = S_1S_2 \sin i_2 - S_1S_2 \sin i_2 = a(\sin i_2 - \sin i_1)$ or la distance entre deux traits consécutifs est (en mm) : $a = \frac{1}{n}$. La différence de marche (en mm) s'écrit :

$\delta = \frac{1}{n}(\sin i_2 - \sin i_1)$ **(3pt)**

2. Établir l'expression de la déviation maximale D_m d'un rayon par le réseau.

La déviation du faisceau à la traversée du réseau s'exprime : $D = i_2 - i_1$. Sa valeur est maximale si $dD = di_2 - di_1 = 0$ soit $di_2 = di_1$. La déviation D_m correspondant à une frange d'interférence d'amplitude maximale (frange claire), la différence de marche correspondante est $\delta_m = p\lambda$, où p est un entier relatif. La différentielle de ce chemin optique :

$d\delta_m = a(\cos i_2\, di_2 - \cos i_1\, di_1) = a(\cos i_2 - \cos i_1)di_1 = 0$; soit $\cos i_2 - \cos i_1 = 0$ ou encore :

$\begin{cases} i_2 = i_1 & faisceau\ direct\ (non\ dévié) \\ i_2 = -i_1 & faisceau\ dévié\ (bonne\ solution) \end{cases}$. La bonne solution correspond à : $\boxed{D_m = -2i_1}$ **(3pts)**

3. Pour le maximum principal d'ordre 1, on mesure une déviation maximale $D_m = 15°$. En déduire la valeur de longueur d'onde λ du rayonnement incident, sachant que le réseau comporte $n = 500\ traits/mm$.

Pour le maximum principal d'ordre $p = \pm 1$, la différence de marche (en mm) correspondante est :

$\delta_m = \frac{1}{n}[\sin(-i_1) - \sin i_1] = \pm\lambda$ ou encore $\boxed{\lambda = \frac{2}{n}\sin i_1 = \frac{2}{n}\sin\frac{D_m}{2}}$; **(3pts)**

$AN: \lambda = 5.22\ 10^{-4} mm = 522 \mu m$; radiation verte. **(1pt)**

Scanné avec CamScanner

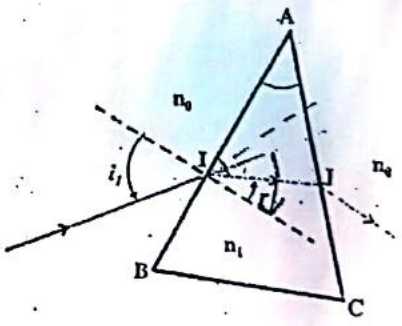
PARTIE B : OPTIQUE

Exercice I : *(4 points)*

On place dans l'air d'indice de réfraction n_0, une lame de verre mince à faces planes et parallèles, d'épaisseur e et d'indice $n_1 > n_0$. la lame est éclairée, sous incidence i_0, par une source de lumière monochromatique de longueur d'onde λ. Etablir l'expression de la différence de marche δ entre les deux premiers rayons réfléchis, en fonction de i_0, n_1 et e.

Exercice 2 : *(6 points)*

Un prisme ABC d'indice $n_1(\lambda)$ d'angle au sommet $A = 45°$, placé dans l'air d'indice $n_0 = 1.000$, est éclairé par une radiation monochromatique de longueur d'onde $\lambda_1 = 0.5461\ \mu m$. Le faisceau arrive sur la face AB du prisme sous l'incidence i_1 (voir figure). L'indice du prisme pour cette radiation est $n_1(\lambda_1) = 1.524$.



1. Calculer la valeur de l'angle limite de réfraction r_L au point I.
2. Etablir, en fonction de A, r_L et des indices de réfraction, la condition que doit satisfaire l'angle d'incidence i_1 pour que le faisceau émerge du prisme en J, sur la face AC.
3. A l'aide d'un diaphragme, on masque toute la face AB, à l'exception d'une petite région autour du point I. On négligera le phénomène de diffraction. Représenter qualitativement les rayons limites délimitant le domaine de la face AC éclairé par le faisceau de lumière incidente sur AB.

Bonne Chance !

Scanné avec CamScanner

Correction examen OPTIQUE

Exercice 1 (3pts)

1) $v = \frac{c}{n}$ (1pts)

2) $IJK = \frac{2e}{\cos r}$ (2pts)

IJK est un triangle isocèle $IJK = 2IJ = 2JK$

$\cos r = \frac{e}{IJ} \Rightarrow IJ = \frac{e}{\cos r}$

$Il = JK \sin i = 2e \tan r \sin i$ (2pts)

3) Temps de parcours

$\tau_{IJK} = \frac{2en}{c \cos r}$ (1) $\tau_{Il} = \frac{2e}{c} \tan r \sin i$ (1pts)

(Dans l'air $n_0 = 1$)

$\Delta\tau = \frac{2en}{c \cos r} - \frac{2e}{c} \frac{\sin r}{\cos r} \sin i$

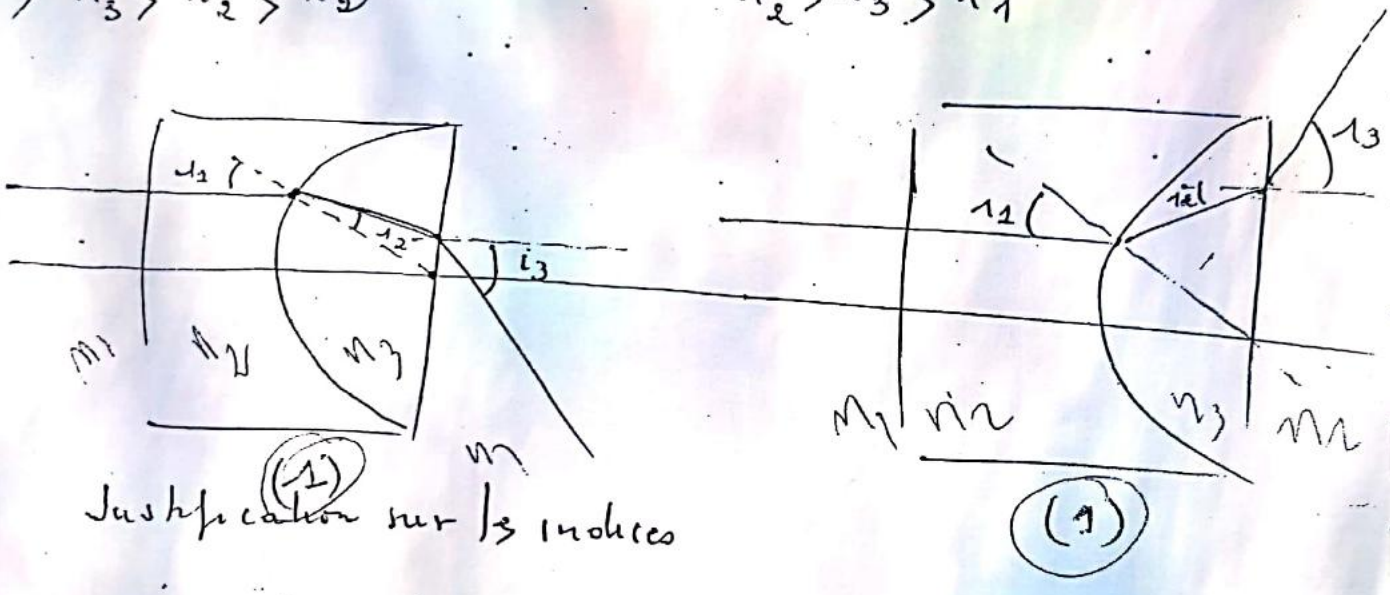
or $n_0 \sin i = n \sin r$

$\Rightarrow \Delta\tau = \frac{2en}{c} \cos r$ (2pts)

Scanné avec CamScanner

Exercice 2

1) $n_3 > n_2 > n_1$ $\qquad$ $n_2 > n_3 > n_1$



(1) $\qquad$ (1)

Justification sur les indices

milieu plus réfringent vers moins réfringent

(vice-versa)

2)

a) D_1 : $\dfrac{n_2}{\overline{S_1A_1}} - \dfrac{n_1}{\overline{S_1A}} = V_1 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{S_1A_1} = \frac{n_2}{n_1}\,\overline{S_1A}} \quad (1)$$

b) D_2 : $\dfrac{n_3}{\overline{S_2A_2}} - \dfrac{n_2}{\overline{S_2A_1}} = V_2 = \dfrac{n_3 - n_2}{\overline{S_2C_2}} = \dfrac{n_3 - n_2}{R}$ (1)

D_3 : $\dfrac{n_1}{\overline{S_3A'}} - \dfrac{n_3}{\overline{S_3A_2}} = V_3 = 0$

c) $\boxed{\overline{S_3A'} = \dfrac{n_1}{n_3}\,\overline{S_3A_2}}$ (1)

Scanné avec CamScanner

d) $\overline{S_3A'} = \frac{n_1}{n_3}\left[\overline{S_3S_2} + \overline{S_2A_2}\right]$

$= \frac{n_1}{n_3}\left[\overline{S_3S_2} + \left(\frac{n_3-n_2}{\overline{S_2C_2}} + \frac{n_2}{\overline{S_2A_1}}\right)^{-1} n_3\right]$

$$\overline{S_3A'} = \frac{n_1}{n_3}\overline{S_3S_2} + n_1\left(\frac{n_3-n_2}{\overline{S_2C_2}} + \frac{n_2 n_1}{n_1\overline{S_1S_2} + n\overline{S_2}}\right)^{-1}$$

(2)

e) $n_3 = n_2 = n \qquad n_1 = 1 \qquad S_1S_2 = e$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{S_3A'} = \overline{S_1A} - \frac{e}{n}}$$

(2)

f) $\overline{A'A} = \overline{AS_1} + \overline{S_1S_3} + \overline{S_3A'}$

$$\boxed{\overline{A'A} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

(1)

A' est une image virtuelle

car $\overline{AA'} < \overline{AS_1}$

g) $\overline{AA'} = 4.10^{-2}\left(1 - \frac{3}{4}\right)$

$$\boxed{AA' = 1.10^{-2}\,m}$$

(1)

Scanné avec CamScanner

Département de Physique
Faculté des Sciences et Techniques
Université Cheikh Anta Diop -Dakar

Corrigé d'Optique (Semestre 2). Durée : 2 Heures

Traiter l'épreuve sur une seule copie (double), avec des intercalaires si nécessaire.

Exercice 1 (à traiter obligatoirement) : *Milieux de propagation et rayons spéculaires (9/8 points).*

On considère un espace de propagation de la lumière constitué des milieux d'indices respectifs n_1, n_2 et n_3. Ces milieux sont délimités par les dioptres D_1 et D_2 ainsi que par les miroirs M_1 et M_2 (voir figure 1a).
Un rayon lumineux incident se propageant dans le milieu d'indice n_1 tombe sur le miroir M_1. Ce rayon décrit par la suite une trajectoire à déterminer.

1. Reproduire le schéma de la figure 1b en ne conservant que les rayons qui existent réellement. Voir figure. *(3 pts).*
2. Identifier (donner la liste) des angles de Descartes sur la figure 1b.
   (2) angle d'incidence sur le miroir M_1; *(0.5 pt).*
   (4) angle de réflexion sur le miroir M_1; *(0.5 pt).*
   (6) angle d'incidence sur le dioptre D_1; *(0.5 pt).*
   (8) angle de réfraction sur le dioptre D_1; *(0.5 pt).*
   (10) angle d'incidence sur le dioptre D_2; *(0.5 pt).*
   (12) angle de réfraction sur le dioptre D_2; *(0.5 pt).*
3. En se fondant sur les angles de Descartes, ranger par ordre de grandeur croissant les indices des trois milieux.
   $(8) > (6) \Rightarrow n_2 < n_1$
   $(12) > (10) \Rightarrow n_3 < n_2$
   $\Rightarrow n_1 > n_2 > n_3$ *(3 pts).*

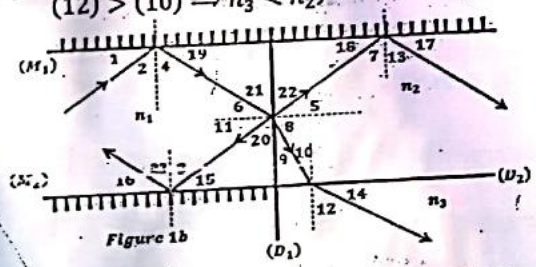


Figure 1b

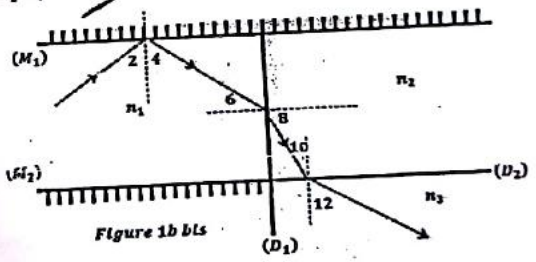


Figure 1b bis

Exercice 2a (au choix avec l'exercice 2b) : *Eclairement de l'espace, interférences lumineuses (13/12 points).*

Deux sources S_1 *et* S_2 cohérentes, synchrones et polarisées selon la même direction fixe $(\vec{e_s} = \frac{\vec{a}}{a} = \frac{\vec{b}}{b})$, produisent des ondes électromagnétiques de vecteur d'onde $\vec{k}$ et dont les champs électriques respectifs sont :

$$\overrightarrow{E_1}(S_1,t) = \vec{a}\cos\omega t \text{ et } \overrightarrow{E_2}(S_2,t) = \vec{b}\cos\omega t$$

1. Soit M un point de l'espace de propagation.
   a. Donner les expressions des champs $\overrightarrow{E_1}(M,t)$ et $\overrightarrow{E_2}(M,t)$ en fonction de $\vec{a}, \vec{b}, \omega, \varphi_1$ et φ_2. Où $\varphi_1 = \vec{k}.\overrightarrow{S_1M}$, $\varphi_2 = \vec{k}.\overrightarrow{S_2M}$.
   $\overrightarrow{E_1}(M,t) = \vec{a}\cos(\omega t - \varphi_1)$ **(2 pts)** et $\overrightarrow{E_2}(M,t) = \vec{b}\cos(\omega t - \varphi_2)$ **(2 pts)**
   b. En déduire l'expression du champ électrique $\vec{E}(M,t)$ résultant de l'action simultanée des deux sources en M.
   $$\vec{E}(M,t) = \overrightarrow{E_1}(M,t) + \overrightarrow{E_2}(M,t) \quad \textbf{(3 pts)}$$
   $$= \vec{a}\cos(\omega t - \varphi_1) + \vec{b}\cos(\omega t - \varphi_2)$$
2. Donner en fonction de a, b et φ $(\varphi = \varphi_2 - \varphi_1)$, l'expression de l'éclairement du point M sachant qu'il est proportionnel au carré de l'amplitude du champ $\vec{E}(M,t)$. *(3 pts).*

L'éclairement de tout point M de l'espace vaut, à l'instant t : $\mathcal{E}(M,t) = AE_0^2$; où A est une constante positive, $\overrightarrow{E_0}$ est l'amplitude du champ $\vec{E}(M,t)$. Ce champ qui résulte de la superposition de champs sinusoïdaux issus des sources S_1 *et* S_2 est également sinusoïdal et peut s'écrire :

Tournez la page svp !

Scanné avec CamScanner

$$\vec{E}(M,t) = \overrightarrow{E_0}\cos(\omega t - \varphi_M) \qquad (1)$$
$$= \overrightarrow{E_0}\cos\omega t\cos\varphi_M + \overrightarrow{E_0}\cos\omega t\cos\varphi_M$$

Par transformation de l'expression du champ résultant obtenue à la question 1b, on obtient également :

$$\vec{E}(M,t) = \vec{a}\cos(\omega t - \varphi_1) + \vec{b}\cos(\omega t - \varphi_2) \qquad (2)$$
$$= \cos\omega t\left[\vec{a}\cos\varphi_1 + \vec{b}\cos\varphi_2\right] + \sin\omega t\left[\vec{a}\sin\varphi_1 + \vec{b}\sin\varphi_2\right]$$

Les relations (1) (2) étant vérifiées quel que soit l'instant t considéré (ωt quelconque), les égalités ci-après sont forcément vérifiées : $\left.\begin{matrix}\overrightarrow{E_0}\cos\varphi_M = \vec{a}\cos\varphi_1 + \vec{b}\cos\varphi_2 \\ \overrightarrow{E_0}\sin\varphi_M = \vec{a}\sin\varphi_1 + \vec{b}\sin\varphi_2\end{matrix}\right\} \Rightarrow E_0^2 = a^2 + b^2 + 2\vec{a}.\vec{b}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

En tenant de ce que l'angle $(\vec{a},\vec{b}) = 0$ (même polarisation pour les deux ondes) et de ce que $\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi$, la relation $\mathcal{E}(M,t) = AE_0^2$ devient :

$$\mathcal{E}(M,t) = A(a^2 + b^2 + 2ab\cos\varphi)$$

3. Quelle doit être la valeur du déphasage φ entre les deux sources pour que l'éclairement soit la même que si les sources étaient incohérentes ? *(3 pts).*

Si les sources étaient incohérentes, l'éclairement serait uniforme et vaudrait $\mathcal{E}_0(M,t) = A(a^2 + b^2)$, puisque $\vec{a}.\vec{b}$ serait nul du fait de la polarisation des sources. La valeur φ_0 du déphasage qui aurait fourni le même éclairage est telle que $2ab\cos\varphi_0 = 0$; soit :

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}[\pi]$$

Conclusion : Deux sources polarisées perpendiculairement l'une par rapport à l'autre fournissent un éclairement continu : pas d'interférences.

Exercice 2b : ***Etude d'un système catadioptrique (13/12 points)***

Données : $\overline{SC} = -20\ cm$, $\overline{A_1B_1} = 2\ cm$, $n_1 = 1.0$ *et* $n_2 = 1.5$.

On considère une lentille demi-boule formée d'un dioptre d'entrée plan de sommet C et d'un dioptre de sortie sphérique de sommet S et de centre C (voir figure 2). Le dioptre de sortie est argenté sur sa face intérieure au système et se comporte donc en miroir. Soit $\overline{A_1B_1}$ un objet lumineux rectiligne placé tel que le point A_1 soit situé sur l'axe optique. Le système donne de cet objet une image $\overline{A_2B_2}$.

1. En utilisant les relations de conjugaison des dioptres constitutifs du système, exprimer la position $\overline{SA_2}$ de l'image en fonction des indices (n_1 et n_2), de la position $\overline{CA_1}$ de l'objet et du rayon $\overline{SC}$ du dioptre de sortie. *(3 pts).*

$$\begin{cases} \textit{Dioptre d'entrée: } \dfrac{n_2}{\overline{CA_1'}} - \dfrac{n_1}{\overline{CA_1}} = 0\textit{; où } A_1' \textit{ serait l'image intermédiare de } A_1 \textit{ par le dioptre d'entrée} & [1] \\ \textit{Dioptre de sortie: } \dfrac{1}{\overline{SA_2}} + \dfrac{1}{\overline{SA_1'}} = \dfrac{2}{\overline{SC}} \textit{ (il s'agitd'unmiroir sphérique de centre C et de sommet S)} & [2] \end{cases}$$

En combinant les relations [1] et [2], on obtient :

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\overline{SA_2}} &= \frac{2}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SC} + \overline{CA_1'}} \\ &= \frac{2}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SC} + \frac{n_2}{n_1}\overline{CA_1}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\overline{SA_2} = \frac{1}{\frac{2}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SC} + \frac{n_2}{n_1}\overline{CA_1}}}$$

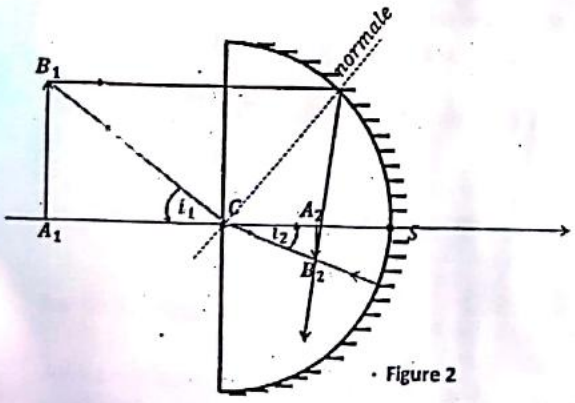


Figure 2

2. Pour aider à la construction de l'image $\overline{A_2B_2}$, deux rayons issus de B_1 sont représentés sur la figure 2b.

a. Compléter la figure en traçant les rayons émergents correspondant à ces rayons incidents et en y représentant l'image $\overline{A_2B_2}$.

Voir figure. *(3 pts).*

Tournez la page svp !

Scanné avec CamScanner

b. Exprimer le grandissement de l'image en fonction des angles d'incidence (i_1) et de réfraction (i_2) en C, de l'épaisseur $\overline{CS}$ du système et des positions respectives $\overline{CA_1}$ et $\overline{SA_2}$ de l'objet et de l'image. *(3 pts).*

$$G_T = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}}$$

$$\left.\begin{array}{l} triangle\ (A_2C2): \tan i_1 = -\dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{CA_1}} \\ triangle\ (A_1CB_1): \tan i_2 = -\dfrac{\overline{A_2B_2}}{\overline{CA_2}} \end{array}\right\} \Rightarrow G_T = \frac{\overline{CA_2}\tan i_1}{\overline{CA_1}\tan i_2} = \frac{\overline{CS}+\overline{SA_2}}{\overline{CA_1}}\frac{\tan i_1}{\tan i_2} = G_T$$

3. Pour la suite on admettra l'hypothèse de la validité de l'approximation de Gauss.

a. Etablir l'expression du grandissement transversal de l'image $\overline{A_2B_2}$ en fonction de sa position ($\overline{SA_2}$), des indices de réfraction (n_1, n_2), de l'épaisseur ($\overline{CS}$) du système et de la position de l'objet ($\overline{CA_1}$). *(2 pts).*

$$\left.\begin{array}{l} Appox.\ Gauss:\ \tan i_{1,2} \approx \sin i_{1,2} \\ Descartes\ en\ C: \dfrac{\sin i_2}{\sin i_1} = \dfrac{n_1}{n_2} \end{array}\right\} \Rightarrow G_T \approx \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{CS}+\overline{SA_2}}{\overline{CA_1}}$$

b. Donner les caractéristiques de cette image si l'objet est placé à $\overline{CA_1} = -20\ cm$ du dioptre d'entrée. *(2 pts).*

$$G_T \approx \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{CS}+\overline{SA_2}}{\overline{CA_1}} \quad AN: \begin{cases} \overline{SA_2} = -12.5\ cm\ (voir\ réponse\ 1a) \\ G_T = -0.25 \end{cases} \Rightarrow \text{image réduite et renversée.}$$

$\overline{A_1B_1} = CA_1 \tan i_1 \Rightarrow G = \dfrac{CA_2 \tan i_2}{CA_1 \tan i_1}$

$\overline{A_2B_2} = CA_2 \tan i_2$

$G = \dfrac{\overline{CS} + \overline{SA_2}\tan i_2}{CA_1 \tan i_1}$

Tournez la page svp !

Scanné avec CamScanner

Université Cheikh Anta Diop –Dakar
Faculté des Sciences et Techniques
Département de Physique

2017/2018

-==*==*==*==*==*==*==-

Section : L1PCSM
Examen : OPTIQUE

Semestre : 2
Durée : 2H

Session : 2
Responsable : S. NDIAYE

Exercice 1 : Lames à faces parallèles (9 points)

Une lame à faces parallèles d'épaisseur e, dont l'une des faces est réfléchissante et constituée d'un verre d'indice n. Elle est en contact avec l'air d'indice n_0 supposé égal à 1.

1) Exprimer la vitesse v de la lumière dans le verre en fonction de n et de c, la vitesse de la lumière dans l'air.

2) Le rayon incident qui arrive en I se partage en 2 parties, le rayon réfléchi IL (rayon 1) et le rayon réfracté qui s IJK (rayon 2). (voir figure 1)

a) Exprimer la longueur du chemin IJK en fonction de e et de l'angle r.

b) Exprimer la longueur IL en fonction de e et des angles i et r.

c) En déduire le temps que met la lumière pour parcourir chacun de ces deux chemins.

d) Montrer que le rayon 2 est en retard sur le rayon 1 d'une durée $\Delta t = \frac{2en}{c}\cos r$.

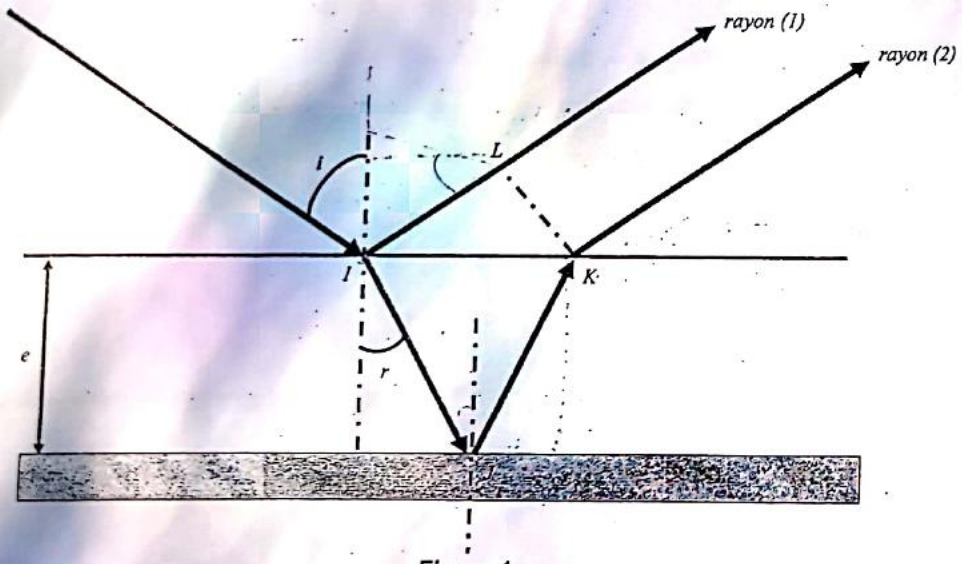


Figure 1

Exercice 2 : Association de dioptres (11 points)

On considère un système optique formé d'un ensemble de trois dioptres D_1, D_2 et D_3 ayant le même axe optique (voir figure 2). On désigne par S_1, S_2 et S_3 les sommets de ces dioptres. Le système se trouve dans un milieu d'indice n_1. D_2 est un dioptre sphérique dont le centre de courbure C_2 est confondu avec S_3. Les dioptres D_1 et D_3 sont plans.

1) Représenter le trajet d'un rayon lumineux parallèle à l'axe et traversant le système optique dans les deux cas suivants :

Scanné avec CamScanner

a) $n_3 > n_2 > n_1$

b) $n_2 > n_3 > n_1$

NB : On vous demande un schéma qui permet d'illustrer la loi de la réfraction. Justifier chaque construction.

2) Soit le point A placé sur l'axe optique. On se propose de déterminer la position de l'image de ce point au travers de cette association de dioptres. A_1, A_2 et A' sont respectivement les images de A relatives aux dioptres $D_1, D_1 + D_2$, et $D_1 + D_2 + D_3$

a) Écrire la relation de conjugaison relative au dioptre D_1 et exprimer la position de l'image de A_1 au travers de celui-ci.

b) Écrire la relation de conjugaison relative au dioptre D_2.

c) Écrire la relation de conjugaison relative au dioptre D_3 et exprimer la position de l'image A' en fonction de A_2 au travers de celui-ci.

d) Déduire que la position A' de l'image est déterminée par l'équation :

$$\overline{S_3A'} = \frac{n_1}{n_3}\overline{S_3S_2} + \frac{n_1}{\frac{n_3 - n_2}{\overline{S_2C_2}} + \frac{n_2 n_1}{n_1\overline{S_2S_1} + n_2\overline{S_1A}}}$$

e) On se place dans le cas où $n_3 = n_2 = n$, $n_1 = 1$(air) et $\overline{S_1S_3} = e$. Exprimer $\overline{S_3A'}$ en fonction de $\overline{S_1A}$, e et n.

f) En déduire la distance $\overline{AA'}$. Quelle est la nature de l'image A'de A ?

g) Application numérique : $n = \frac{4}{3}, e = 4\ cm.$

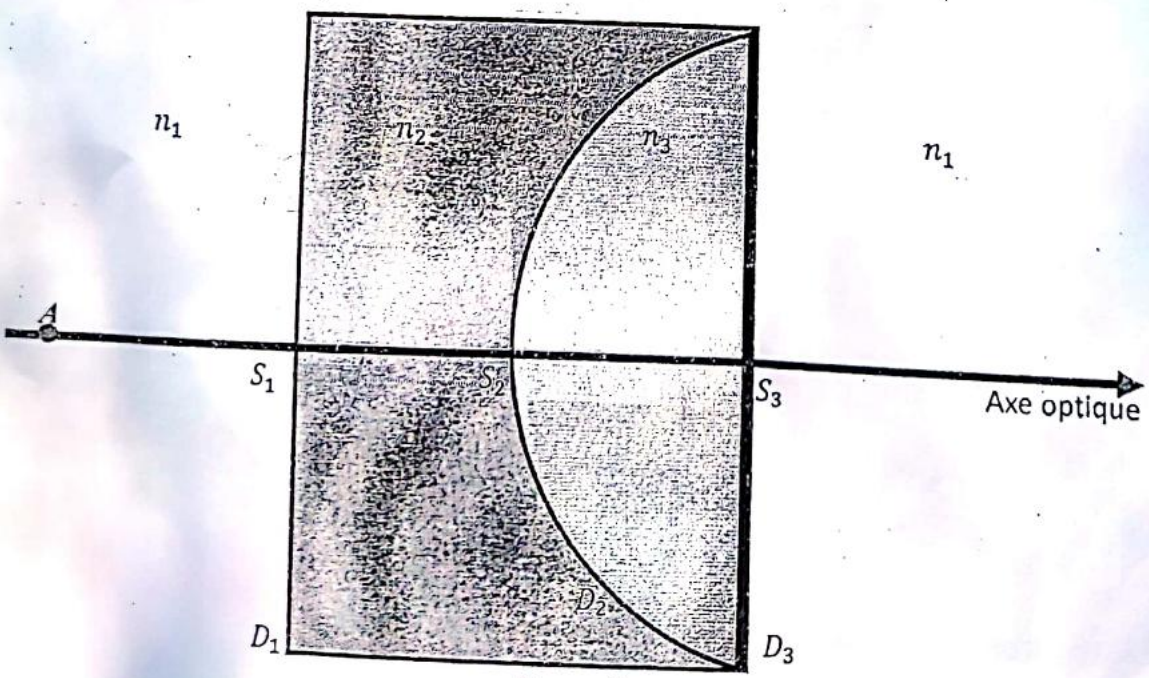


Figure 2

Scanné avec CamScanner

Correction Examen Optique

Exercice 1 (9 pts)

1) $v = \frac{c}{n}$ (1 pts)

2) $I.JK = \frac{2e}{\cos r}$ (2 pts)

IJK est un triangle isocèle $IJK = 2IJ = 2JK$

$\cos r = \frac{e}{IJ} \Rightarrow IJ = \frac{e}{\cos r}$

$IL = JK \sin i = 2e \tan r \sin i$ (2pts)

3) Temps de parcours

$\tau_{IJK} = \frac{2en}{c \cos r}$ (1) $\tau_{IL} = \frac{2e}{c} \tan r \sin i$ (1pts)

(Dans l'air $n_0 = 1$)

$\Delta\tau = \frac{2en}{c \cos r} - \frac{2e}{c} \frac{\sin r}{\cos r} \sin i$

---

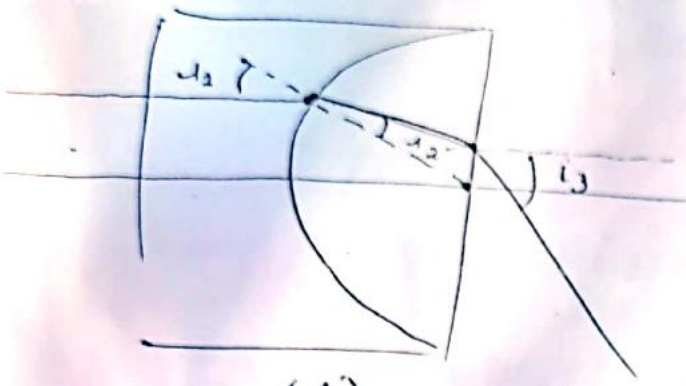
or $n_0 \sin i = n \sin r$

$\Rightarrow \Delta\tau = \frac{2en}{c} \cos r$ (2pts)

Scanné avec CamScanner

Exercice 2

1) $n_3 > n_2 > n_1$ $\qquad$ $n_2 > n_3 > n_1$



(1) $\qquad$ (1)

Justification sur les indices

milieu plus réfringent vers moins réfringent (vice-versa)

2)

a) D_1 : $\dfrac{n_2}{\overline{S_1 A_1}} - \dfrac{n_1}{\overline{S_1 A}} = V_1 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{S_1 A_1} = \frac{n_2}{n_1}\,\overline{S_1 A}} \quad (1)$$

b) D_2 : $\dfrac{n_3}{\overline{S_2 A_2}} - \dfrac{n_2}{\overline{S_2 A_1}} = V_2 = \dfrac{n_3 - n_2}{\overline{S_2 C_2}} = \dfrac{n_3 - n}{R}$ (1

D_3 : $\dfrac{n_1}{\overline{S_3 A'}} - \dfrac{n_3}{\overline{S_3 A_2}} = V_3 = 0$

c) $\boxed{\overline{S_3 A'} = \dfrac{n_1}{n_3}\,\overline{S_3 A_2}}$ (1)

Scanné avec CamScanner

d) $\overline{S_3A'} = \frac{n_1}{n_3}\left[\overline{S_3S_2} + \overline{S_2A_2}\right]$

$= \frac{n_1}{n_3}\left[\overline{S_3S_2} + \left(\frac{n_3 - n_2}{\overline{S_2C_2}} + \frac{n_2}{\overline{S_2A_1}}\right)^{-1} n_3\right]$

$$\boxed{\overline{S_3A'} = \frac{n_1}{n_3}\overline{S_3S_2} + n_1\left(\frac{n_3 - n_2}{\overline{S_2C_2}} + \frac{n_2 n_1}{n_1\overline{S_1S_2} + n\overline{SA_1}}\right)^{-1}} \quad (2)$$

e) $n_3 = n_2 = n \qquad n_1 = 1 \qquad S_1S_2 = e$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{S_3A'} = \overline{S_1A} - \frac{e}{n}} \quad (2)$$

f) $\overline{A'A} = \overline{AS_1} + \overline{S_1S_3} + \overline{S_3A'}$

$$\boxed{\overline{A'A} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)} \quad (1)$$

A' est une image virtuelle

car $\overline{AA'} < \overline{AS_1}$

g) $\overline{AA'} = 4.10^{-2}\left(1 - \frac{3}{4}\right)$

$$\boxed{AA' = 1.10^{-2}\,m} \quad (1)$$

Scanné avec CamScanner

UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2016-2017
L1PCSM

EXAMEN DE MATHÉMATIQUES — Semestre 2 Session Normale

- ÉPREUVE D'ANALYSE (Durée 02 H) -

Exercice 1: (5 points)

1. Rappeler le théorème des accroissements finis.
2. Rappeler la formule de Leibniz pour le calcul de la dérivée n-iéme.
3. Quand dit-on qu'une fonction numérique est uniformément continue sur un intervalle I?
4. Déterminer les réels a et b de manière à ce que la fonction $f : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & si\ 0 \leq x \leq 1 \\ ax^2 + bx + 2 & si\ x > 1 \end{cases}$$

soit dérivable sur $]0, +\infty[$.

Exercice 2: (6 points)

1. Soit f une fonction de classe C^2 vérifiant :
   (i) $f^{(3)}(x) > 0, \quad \forall x \in [a, b]$
   (ii) $f''(b) = 0$
   (iii) $f(a) = f(b) = 0$
   Montrer que f est de signe constant sur $[a, b]$.
2. Donner un exemple de fonctions g vérifiant les conditions (i) et (ii) de la question précédente tels que g ne soit pas de signe constant sur $[a, b]$.

Exercice 3: (7 points)
Soit la fonction numérique f définie par

$$f(x) = \ln\left(\left|\frac{1}{e^x - 1}\right|\right)$$

1. Donner le domaine de définition de f
2. Dresser le tableau de variation de f
3. Montrer que f définie une bijection réciproque f^{-1} de $]0, +\infty[$ vers un intervalle J que l'on précisera.
4. Donner le domaine de dérivabilité de f^{-1}
5. Choisir deux réels x_1 et x_2 et déterminer $a = f(x_1)$ et $b = f(x_2)$
6. En Déduire $(f^{-1})'(a)$ et $(f^{-1})'(b)$ lorsqu'elles existent.
7. Dresser les graphes de f et f^{-1}.

Exercice 4: (2 points)
Déterminer les développements limités des fonctions suivantes :

1. $f(x) = e^{\cos x}$ à l'ordre 4 en $x_0 = 0$.
2. $f(x) = \ln(x)$ à l'ordre 3 en $x_0 = 1$.

Scanné avec CamScanner

Proposition de Correction:

Exercice 1

1- Soit f une fonction continue sur $[a,b]$ et dérivable sur $]a,b[$ alors il existe $c \in]a;b[$ tel que $f(b)-f(a) = f'(c)(b-a)$

2- $(f\cdot g)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k f^{(k)} g^{(n-k)} = \sum_{k=0}^{n} C_n^k f^{(n-k)} g^{(k)}$

3- Soit $f: I \longrightarrow \mathbb{R}$, f est uniformément continue sur I si et seulement si $\forall \varepsilon > 0, \exists n_2 > 0 / \forall x,y \in I$, si $|x-y| \Rightarrow |f(x)-f(y)| < \varepsilon$

4- Déterminons les réels a et b pour que f soit dérivable sur $]0,+\infty[$

f est dérivable sur $]0,+\infty[\Rightarrow f$ est continue sur $]0,+\infty[$

$\Rightarrow f$ Continue en 1 d'où $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$

$\Rightarrow a+b+2 = 1$ (*)

f dérivable sur $]0,+\infty[\Rightarrow f$ dérivable en 1

$\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \dfrac{1}{2}$

(*) $\Rightarrow a+b = -1 \Rightarrow b = -a-1$

donc $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{ax^2+bx+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{ax^2+x(-a-1)+1}{x-1}$

$= \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{ax^2-ax-x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} ax-1 = a-1$

$\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = a-1$

Scanné avec CamScanner

Exercice 2 :

1) Montrons que f est de signe constant sur $[a;b]$

$f \in C^2([a;b]) \Rightarrow f$ est continue sur $[a;b]$ et dérivable sur $]a;b[$ de plus $f(a) = f(b)$.

D'après le théorème de Rolle $\exists c \in]a;b[/ f'(c) = 0$ (*)

D'autre part $f^{(3)} > 0 \Rightarrow f''$ ↗ sur $[a;b]$

ii) $\Rightarrow f''(b) = 0 \Rightarrow f''(x) \leq f''(b) = 0$ d'où $f''(x) \leq 0$ ~

$\Rightarrow f''(x) \leq f''(b) = 0$ d'où $f''(x) \leq 0 \ \forall x \in [a;b]$.

$\Rightarrow f'$ ↘ sur $[a;b]$

sur $[a;c]$, on a $f'(x) \geq f'(c) = 0$ (d'après (*)) $\Rightarrow f$ ↗ sur $[a;c]$

$\forall x \in [a;b]$ donc $f(a) \leq f(x) \ \forall x \in [a;c]$

d'où $0 \leq f(x) \ \forall x \in [a;c]$ (**)

sur $[c;b]$, on a $f'(x) \leq f'(c) = 0$ (d'après *)

$\Rightarrow f$ ↘ sur $[c;b] \Rightarrow f(x) \geq f(b) \ \forall x \in [c;b]$

$f(x) \geq 0 \ \forall x \in [c;b]$ (***)

(**) et (***) $\Rightarrow f(x) \geq 0 \ \forall x \in [a;b]$.

2) Exemple $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - x + 1$ sur $[0;1]$

$g'(x) = x^2 - 2x - 1 \Rightarrow g''(x) = 2x - 2$

$\Rightarrow g^{(3)}(x) = 2 > 0$ sur $[0;1]$

$g''(1) = 0$

mais $g(0) = 1 > 0$ et $g(1) = \frac{1}{3} - 1 - 1 + 1 = -\frac{2}{3} < 0$

Scanné avec CamScanner

Exercice 3:

f ∃ si $e^x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$

1) d'où $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

2) Tableau de variation de f.

$|e^x - 1| = \begin{cases} e^x - 1 & \text{si } x > 0 \\ 1 - e^x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} \ln \frac{1}{e^x - 1} = -\ln(e^x - 1) & \text{si } x > 0 \\ \ln \frac{1}{1 - e^x} = -\ln(1 - e^x) & \text{si } x < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow f'(x) = \frac{e^x}{1 - e^x} \quad \forall x \neq 0.$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	$-\infty$

Théorème de la bijection

. est continue et strictement décroissante sur $]0; +\infty[$

$\Rightarrow$ f bijective et sa bijection réciproque f^{-1} est définie sur $J = \mathbb{R}$

$f'(x) \neq 0 \quad \forall x \in D_{f'}$

$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'[f^{-1}(y_0)]}$ et $f^{-1}(y_0) \neq 0 \quad \forall y_0 \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow D_{(f^{-1})'} = \mathbb{R}$

5 - Laisser aux appréciations des correcteurs

- Idem

Scanné avec CamScanner

7) Tracer les graphes de f et f^{-1} (4)

Il suffit de présenter l'allure de la courbe avec les premières dérivées

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

* $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$

$\Rightarrow$ la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale

* $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ est une asymptote horizontale.

* * * $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow$ calculer $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

alors $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} -\frac{\ln(e^x - 1)}{x} = 0$

$\Rightarrow$ C_f admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.

* * * * C_f^{-1} est obtenue en cherchant la symétrie de C_f par rapport à la première bissectrice.

Exercice 4

Déterminer les développements limités suivants fonctions suivantes.

1) $f(x) = e^{\cos x}$, D_4 $L(0)$

$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + o(x^4)$

$e^{\cos x} = e \cdot e^{-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}}$

en posant $X = -\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} \to 0$ $x \to 0$

on a $e^X = 1 + X + \frac{X^2}{2} + o(X^4)$

$= 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!}\right)^2 + o(x^4)$

$= 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^4}{4} + o(x^4)$

$e^{\cos x} = e\left[1 - \frac{x^2}{2} + \frac{7}{24}x^4\right] + o(x^4)$

2) $f(x) = \ln[1 + (x-1)] = \ln[1+X]$, avec $X = x - 1 \to 0$ $x \to 1$

$\ln(1+X) = X - \frac{X^2}{2} + \frac{X^3}{3} + o(X^3)$

$X^2 = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow \ln[1+(x-1)] = (x-1) - \frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1) + \frac{1}{3}(x^3 + 3x^2 + 3x - 1) + o(1)$

$X^3 = (x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$\ln(x) = \left(-1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + (1 + 1 + 1) + x^2\left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \frac{1}{3}x^3 + o(x^3)$

$\ln(x) = -\frac{11}{6} + 3x - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + o(x^3)$.

Scanné avec CamScanner

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR 2014-2015

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES

MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE

L1-PCSM ANALYSE - SESSION 2

SEMESTRE 2 DUREE : 02 H

EXERCICE I :

1) Est - ce que toute fonction continue sur $\mathbf{R}$ est dérivable sur $\mathbf{R}$, Justifier la réponse.

2) a) Enoncer le théorème de Rolle. Justifier l'importance de toutes les conditions du théorème

b) Les fonctions suivantes vérifient - elles le théorème de Rolle. Justifier les réponses.

- $f(x) = |x|$ sur $[-1, 1]$

- $f(x) = \begin{cases} x \text{ si } x \in]0, 1] \\ 1 \text{ si } x = 0 \end{cases}$

3) La fonction $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, admet - elle une fonction réciproque sur $[0, +\infty[$; Si oui donner cette réciproque.

EXERCICE II :

1) Rappeler la définition de la fonction $Arcsinx$

2) Donner le domaine de définition de la fonction

$$f(x) = \sqrt{1 - 2x} + 3Arcsin\ \frac{3x - 1}{2}$$

3) En utilisant un D.L généralisé calculer $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$.

EXERCICE III :

Donner un D-L d'ordre 2 au voisinage de 0 des fonctions :

- $f(x) = \frac{5 - x}{12 - x - x^2}$ $\quad g(x) = ln\ \frac{2 + x}{2 - x}$

Scanné avec CamScanner

Correction de l'examen de rattrapage 2ème Semestre 2014 - 2015

Exercice: 1

1) Réponse : NON

Justification : (par contre exemple)

Nous considérons la fonction :

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+$$
$$x \longrightarrow |x|$$

f est continue sur $\mathbb{R}$, mais ne pas dérivable en 0 donc ne pas dérivable sur $\mathbb{R}$.

En effet, $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{-x}{x} = -1$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{x}{x} = 1$$

Scanné avec CamScanner

Alors, $f'_g(0) \neq f'_d(0)$.

e)

a)

L'énoncé du théorème de Rolle :

Soit $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$, continue sur $[a,b]$, dérivable sur $]a,b[$ et telle que $f(a) = f(b)$.

Alors il existe un réel $c \in]a,b[$ tel que :

$$f'(c) = 0$$

Justification :

Puisque f est continue sur $[a,b]$, il existe $m, M \in \mathbb{R}$ tels que : $f([a,b]) = [m,M]$.

si $m = M$, f est constante et alors f' est identiquement nulle sur $]a,b[$.

si non $m < M$. Puisque f est dérivable sur $]a,b[$ et $f(a) = f(b)$, l'un des deux extrema est atteint en $c \in]a,b[$, d'où : $f'(c) = 0$

Scanné avec CamScanner

b)

- La fonction $f(x)=|x|$ ne pas dérivable en 0

Donc n'est pas dérivable sur $]-1,1[$.

Alors elle ne vérifie pas le théorème de Rolle.

- La fonction f définie par:

$$f(x)=\begin{cases} x & \text{si } x\in]0,1] \\ 1 & \text{si } x=0 \end{cases}$$

n'est pas continue en 0.

En effet,

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0} x=0\neq f(0)=1$$

Alors f n'est pas continue sur le fermé $[0,1]$, d'où f ne vérifie pas le théorème de Rolle.

3)

Réponse : Oui

On étudie la fonction f sur l'intervalle $[0,+\infty[$;

$$\lim_{x\to 0} f(x)=1 \quad \text{et} \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$$

$$f'(x)=\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)'=\frac{e^x-e^{-x}}{2}=e^{-x}\frac{(e^{2x}-1)}{2}$$

Scanné avec CamScanner

$\forall x \in [0, +\infty[, \quad e^{ex} - 1 \geq 0$

Ce qui implique que $f'(x) \geq 0$.

Alors, le tableaux de Variation de f est le suivant :

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$

La fonction f continue et strictement monotone sur l'intervalle $[0, +\infty[$, alors la fonction f est bijective de $[0, +\infty[\longrightarrow [1, +\infty[$.

Par conséquence, la fonction f admet une fonction réciproque sur $[0, +\infty[$.

L'expression reciproque de f :

Soit $y \in [1, +\infty[$.

on pose $y = f(x) \iff y = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{2}$

$\iff 2y = e^{x} + e^{-x}$

Scanné avec CamScanner

$$\Leftrightarrow e^{2x} - 2ye^{x} + 1 = 0$$

On pose $X = e^{x} \Rightarrow X^2 - 2yX + 1 = 0$

$$\Delta = 4y^2 - 4 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{y^2-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_1 = \dfrac{2y - 2\sqrt{y^2-1}}{2} = y - \sqrt{y^2-1} \\ X_2 = \dfrac{2y + 2\sqrt{y^2-1}}{2} = y + \sqrt{y^2-1} \end{cases}$$

Comme $x > 0$ si $y > 1$ on retient X_2 ; on obtient

$$x = \ln(X) = \ln(X_2)$$

Donc, la fonction réciproque de f est :

$$f^{-1}(y) = \ln\left(y + \sqrt{y^2-1}\right), \quad y \geq 1.$$

Exercice : 2

1)

Définition : 01

Arc sinus c'est une fonction trigonométrique, réciproque de la fonction sinus restreinte à l'intervalle $J = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

L'ensemble de définition de la fonction Arc sinus est $[-1, 1]$

La dérivée de Arc sinus est : $x \longrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Scanné avec CamScanner

Définition : 02

- fonction impaire, d'où une étude sur $D_e = [0, 1]$
- fonction dérivable sur $[0, 1[$ et :

$$[\text{Arc sin}(x)]' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} > 0$$

Donc la fonction Arc sinus est croissante sur $[0, 1[$

- Tableaux de Variation :

x	0		1
(Arcsinus)'		+	−
Arcsinus	0	↗	$\frac{\pi}{2}$

2)

La fonction f est existe ssi : $\begin{cases} 1-2x \geq 0 \\ \text{et} \\ -1 \leq \frac{3x-1}{2} \leq 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ \text{et} \\ -\frac{1}{3} \leq x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$$

Alors, $D_f = \left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$

3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$

Scanné avec CamScanner

Nous avons,

$$\left(1+\frac{1}{2x}\right)^x = e^{x\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)}$$

on pose, $X = \frac{1}{2x} \Rightarrow x = \frac{1}{2X}$

si $x \longrightarrow +\infty \Rightarrow X \longrightarrow 0$

Alors,

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{2x}\right)^x = \lim_{X\to 0}(1+X)^{\frac{1}{2X}} = \lim_{X\to 0} e^{\frac{\ln(1+X)}{2X}}$$

D'après le D.L d'ordre 2 de la fonction $\ln(1+X)$ au voisinage de 0, on a :

$$\ln(1+X) = X - \frac{1}{2}X^2 + o(X^2)$$

$$\Rightarrow \frac{\ln(1+X)}{X} = 1 - \frac{1}{2}X + o(X)$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{2x}\right)^x = \lim_{X\to 0} e^{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}X+o(X)\right)}$$

$$= e^{\frac{1}{2}}$$

D'où :

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{2x}\right)^x = e^{\frac{1}{2}}}$$

Scanné avec CamScanner

Exercice : 3

D.L d'ordre 2 au voisinage de 0 de f :

$$f(x) = \frac{5-x}{12-x-x^2} = \frac{5-x}{-(x-3)(x+4)} = \frac{x-5}{(x-3)(x+4)}$$

$$= \frac{(x-3)-2}{(x-3)(x+4)} = \frac{(x-3)}{(x-3)(x+4)} - \frac{2}{(x-3)(x+4)}$$

$$= \frac{1}{(x+4)} - \frac{2}{(x-3)(x+4)}$$

Nous cherchons : a et b tel que :

$$\frac{1}{(x-3)(x+4)} = \frac{a}{(x-3)} + \frac{b}{(x+4)}$$

$$\Rightarrow \frac{(x-3)\cdots}{(x-3)(x+4)} = a + \frac{b(x-3)}{x+4}$$

Pour $x=3$ on a : $a = \frac{1}{7}$

D'autre part,

$$\frac{(x+4)}{(x-3)(x+4)} = \frac{(x+4)a}{(x-3)} + b$$

Pour $x=-4$ on a : $b = \frac{-1}{7}$.

D'où,

$$f(x) = \frac{1}{x+4} - \frac{2}{7}\left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+4}\right)$$

$$= (x+4)^{-1} - \frac{2}{7}\left[(x-3)^{-1} - (x+4)^{-1}\right]$$

Scanné avec CamScanner

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}\left(1+\frac{x}{4}\right)^{-1} + \frac{2}{21}\left(1-\frac{x}{3}\right)^{-1} + \frac{2}{28}\left(1+\frac{x}{4}\right)^{-1}$$

$$= \frac{9}{28}\left(1+\frac{x}{4}\right)^{-1} + \frac{2}{21}\left(1-\frac{x}{3}\right)^{-1}$$

$$= \frac{9}{28}\left[1-\frac{x}{4}+\frac{2\left(\frac{x}{4}\right)^2}{2}+o(x^2)\right] + \frac{2}{21}\left[1+\frac{x}{3}+\frac{2\left(\frac{x}{3}\right)^2}{2}+o(x^2)\right]$$

$$= \frac{9}{28}\left[1-\frac{x}{4}+\frac{x^2}{16}+o(x^2)\right] + \frac{2}{21}\left[1+\frac{x}{3}+\frac{x^2}{9}+o(x^2)\right]$$

$$= \frac{9}{28}+\frac{2}{21} - \frac{9}{112}x + \frac{2}{63}x + \frac{9}{448}x^2 + \frac{2}{189} + o(x^2)$$

$$= \frac{189+56}{588} + \frac{224-567}{7056}x + \frac{1701+896}{84672}x^2 + o(x^2)$$

$$= \frac{245}{588} - \frac{343}{7056}x + \frac{2597}{84672}x^2 + o(x^2)$$

$$\boxed{f(x) = \frac{5}{12} - \frac{7}{144}x + \frac{53}{1728}x^2 + o(x^2)}$$

D.L d'ordre 2 au voisinage de 0 de g :

$$g(x) = \ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right) = \ln(2+x) - \ln(2-x)$$

$$= \ln\left[2\left(1+\frac{x}{2}\right)\right] - \ln\left[2\left(1-\frac{x}{2}\right)\right]$$

$$= \cancel{\ln(2)} + \ln\left(1+\frac{x}{2}\right) - \cancel{\ln(2)} - \ln\left(1-\frac{x}{2}\right)$$

$$= \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\frac{x^2}{4} - \left(-\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\left(-\frac{x}{2}\right)^2\right) + o(x^2)$$

$$= \frac{x}{2} + \frac{x}{2} - \cancel{\frac{x^2}{8}} + \cancel{\frac{x^2}{8}} + o(x^2) = x + o(x^2)$$

$$\boxed{g(x) = x + o(x^2)}$$

Scanné avec CamScanner

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR 2015-2016
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE

L1PCSM - EXAMEN ANALYSE
SEMESTRE 2 - DUREE : 02 H

EXERCICE I : On considère la fonction suivante

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

1) f est - elle continue sur $\mathbb{R}$

2) f est - elle dérivable sur $\mathbb{R}$. Si oui calculer sa dérivée et dire si f est de classe C^1.

EXERCICE II :

1) Rappeler le théorème des accroissemnts finis

2) En utilisant le théorèmes des accroissemnts finis vérifier que

$Arsinx < \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$; pour $x \in]0,1[$

3) En utilisant toujours le théorème des accroissements finis, montrer que $\forall x > 0$, $Arctgx > \frac{x}{1+x^2}$

EXERCICE III : Donner le développment limité des fonctions suivantes au pont x_o dans les cas suivants :

a) $f(x) = e^{\cos x}$ $x_o = 0$, ordre 4

b) $g(x) = \sqrt{1+\sin x}$ $x_o = 0$, ordre 3.

EXERCICE IV : En utilisant un développement limité approprié, calculer :

a) $\lim_{x \to +\infty} \left[\frac{a^{1/x} + b^{1/x}}{2}\right]^x$, $a, b \in \mathbb{R}_+^*$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-e^x} & \text{si } x \neq 0 \\ -1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

Donner un D.L à l'ordre 2 de f au voisinage de 0.

En Déduire l'équation de la tangente Δ à la courbe de f en 0 et la position de Δ par rapport à C_f.

Scanné avec CamScanner

Exercice 1

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

1) f est continue sur chacun des intervalles $]0, +\infty[$ et $]-\infty, 0[$ comme produit de fonctions continues.

Elle est aussi continue en 0 car $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} x^2 \sin\frac{1}{x}$ or $\left|x^2 \sin\frac{1}{x}\right| \leq x^2$ et $\lim_{x\to 0} x^2 = 0 \Rightarrow \lim_{x\to 0} x^2 \sin\frac{1}{x} = 0 = f(0)$

Donc f est continue en 0 donc sur tout $\mathbb{R}$

2) f est dérivable sur $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ comme composé et produit de fonction dérivable.

En 0 : $\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x\to 0} x \sin\frac{1}{x} = 0$ car $\left|x \sin\frac{1}{x}\right| \leq |x|$. Donc f est dérivable en 0 et par suite sur $\mathbb{R}$.

On a :

$$f'(x) = \begin{cases} 2x \sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Scanné avec CamScanner

$\lim_{x \to 0} f'(x) = \lim_{x \to 0} \left(2x \sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x} \right)$ n'existe pas (2)

car $\lim_{x \to 0} 2x \sin\frac{1}{x} = 0$ et $\lim_{x \to 0} \cos\frac{1}{x}$ n'existe pas (cf cours).

f' n'est pas continue en 0 donc f n'est pas de classe C^1.

Exercice 2:

1) Théorème des acc. finis: Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction $a, b \in \mathbb{R}$. On suppose:

- f continue sur $[a, b]$
- f dérivable sur $]a, b[$

Alors il existe $c \in]a, b[$ / $f(b) - f(a) = (b-a) f'(c)$.

2) Pour $x \in]0, 1[$ On pose $f(t) = \text{Arcsin } t$, on applique le T.A.F pour $[0, x]$.

* f est continue pour $[0, x]$ car Arcsin est continue sur $[-1, 1]$.
* f dérivable sur $]0, x[$.

donc il existe $c \in]0, x[$ tel que: $\text{Arcsin } x - \text{Arcsin } 0 = \frac{x}{\sqrt{1-c^2}}$

$\Rightarrow \text{Arcsin } x = \frac{x}{\sqrt{1-c^2}}$ or $0 < c < x \Rightarrow c^2 < x^2$

$-c^2 > -x^2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-c^2}} < \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1-c^2}} < \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ donc

$\text{Arcsin } x < \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

Scanné avec CamScanner

De même on applique le TAF à : $f(x) = \text{Arc tg } t$ sur $[0, x]$; $x > 0$: On a :

* f est continue sur $[0, x]$ car continue sur $\mathbb{R}$.
* f est dérivable sur $]0, x[$.

Il existe $c \in]0, x[$ / $\text{Arc tg } x - \text{Arc tg } 0 = \dfrac{x}{1+c^2}$

$\Rightarrow \text{Arc tg } x = \dfrac{x}{1+c^2}$ or $0 < c < x \Rightarrow c^2 < x^2$

$\Rightarrow \dfrac{1}{1+c^2} > \dfrac{1}{1+x^2} \Rightarrow \dfrac{x}{1+c^2} > \dfrac{x}{1+x^2}$ donc

$$\text{Arc tg } x > \frac{x}{1+x^2} \quad \text{si } x > 0$$

Exercice 3

1) $f(x) = e^{\cos x}$ on a : $\cos x = 1 - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^4}{24} + o(x^4)$

$$e^{\cos x} = e^{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}} = e\left[e^{-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}}\right] =$$

$$e\left[1 + \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}\right) + \frac{1}{2}\left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}\right)^2 + \frac{1}{6}\left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}\right)^3 + \frac{1}{24}\left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}\right)^4\right]$$

$$e\left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^4}{8}\right) = e - \frac{e}{2}x^2 + \frac{e}{6}x^4$$

$$f(x) = e - \frac{e}{2}x^2 + \frac{e}{6}x^4 + x^4 \varepsilon(x) \; ; \; \lim_{x \to 0} \varepsilon(x) = 0$$

Scanné avec CamScanner

(3)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-e^x} & \text{si } x \neq 0 \\ -d & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

(5)

$$f(x) = \frac{x}{1-\left(1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}\right)} = \frac{x}{-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{6}}$$

$$= \frac{1}{-1-\frac{x}{2}-\frac{x^2}{6}} = \frac{-1}{1+\frac{x}{2}+\frac{x^2}{6}}$$

$$= -\left(1-\frac{x}{2}-\frac{x^2}{6}+\frac{x^2}{4}\right) = -1+\frac{x}{2}-\frac{x^2}{12}$$

$$f(x) = -1+\frac{x}{2}-\frac{x^2}{12}+x^2\varepsilon(x) \; ; \lim_{x\to 0}\varepsilon(x)=0$$

La tangente en 0 a pour equation:

$$y = -1+\frac{x}{2}$$

La position de Δ par rapport à C_f est donnée par le signe du terme quadratique: ici c'est $-\frac{x^2}{12} < 0$ donc C_f est en dessous de Δ

Scanné avec CamScanner

250 F

Université Cheikh Anta Diop
Faculté des Sciences et Techniques
Département de Chimie - Dakar

Section L1PCSM 2018/19

Épreuve de **Chimie Atomistique – 2ème Semestre, 1ère Session**
juillet 2019 - Durée 2 heures

N.B : L'utilisation du Tableau de classification périodique et de tout autre document est formellement interdite. Toute application numérique doit être précédée d'une application littérale. Les résultats numériques sont donnés à 0,001 près : Gaz rares : ${}_2He - {}_{10}Ne - {}_{18}Ar - {}_{36}Kr - {}_{54}Xe - {}_{86}Kr - {}_{118}Og$, E_0=13,6 eV.

Exercice 1 : A propos des alcalins

Le sodium ${}_{11}Na$, le potassium ${}_{19}K$, et le rubidium ${}_{37}Rb$ appartiennent à la famille des alcalins. En utilisant une méthode simple :

1) Montrer que l'énergie de première ionisation de ces 3 éléments est de la forme

$$I_i = \frac{K}{n^{*2}}$$

2) Donner l'expression de K et calculer sa valeur en eV.

Exercice 2 : Structure électronique et règle de Slater

2.1) On considère deux métaux de symboles ${}^{A_1}_{Z_1}X$ et ${}^{A_2}_{Z_2}Y$. Ces deux métaux appartiennent à la même période n. La structure électronique de ${}^{A2}_{Z2}Y$ peut s'écrire en fonction de celle de ${}^{A_1}_{Z_1}X$ simplement sous une forme telle que : ${}^{A_2}_{Z_2}Y: [{}^{A_1}_{Z_1}X]\ np^2$

2.2) Etablir la structure électronique de ${}^{A_2}_{Z_2}Y$, sachant qu'il se trouve dans la même colonne que ${}_{14}Si$ et à la sixième période. Déduire de cette structure celle de ${}^{A_1}_{Z_1}X$.

2.3) Donner le rang N de la période et de la colonne R pour chacun de ces deux éléments.

2.4) ${}^{A_1}_{Z_1}X$ s'ionise en donnant généralement l'ion ${}^{A_1}_{Z_1}X^{2+}$. Donner la structure de l'ion formé si :

a) ${}^{A_1}_{Z_1}X$ perd les deux électrons de la sous couche ns.

b) ${}^{A_1}_{Z_1}X$ perd un électron de la sous couche ns et un électron de $(n-1)d$.

4) En utilisant les règles de Slater, calculer dans chacun des deux cas ci-dessus l'énergie totale des électrons des sous couches ns $(n-1)d$.

Exercice 3 : Le soufre (${}_{16}S$) dans la liaison chimique

1) Définir la valence d'un élément, donner celle du soufre et ses différents états de valence

2) Donner la structure de Lewis des composés suivants : CS_2, SO_2^{2-}, H_2SO_4.

3) A partir des règles de Gillespie, donner et représenter les géométries de SO_2^{2-}, H_2SO_4.

4) Dessiner le diagramme énergétique des orbitales moléculaires de la molécule SO sachant qu'il n'y a pas d'interaction sp et que les énergies des OA (en eV) sont environ : $E_{2s}(O) = -31$; $E_{2p}(O) = -17$; $E_{3s}(S) = -24$ et $E_{3p}(S) = -12$ (pas besoin d'échelle)

5) Donner l'hybridation de S dans SO_2^{2-}.

6) Expliquer la formation des liaisons dans SO_2^{2-}.

Données : ${}_{16}S$; ${}_6C$; ${}_8O$, ${}_1H$.

Scanné avec CamScanner

Université Cheikh Anta Diop — Section L1PCSM/2018-2019
Faculté des Sciences et Techniques
Département de Chimie - Dakar

Épreuve de Chimie Atomistique – 2ème Semestre, 1ère Session

Exercice 1 :

Le sodium $_{11}Na$, le potassium $_{19}K$, et le rubidium $_{37}Rb$ appartiennent à la famille des alcalins. En utilisant une méthode simple :

1) Montrer que l'énergie de première ionisation de ces 3 éléments est de la forme

$$I_i = \frac{K}{n^{*2}}$$

Il faut tout simplement remarquer que ces 3 alcalins ont la même valeur de Z effectif.
Nous faisons le calcul seulement pour le Rb.

Rb: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}\ 4s^2\ 4p^6\ 5s^1$

$Z^*_{5s} = 37 - (8 \times 0{,}85 + 28) = 2{,}2$ **1 point**

Autrement $Z^*_{ns} = Z - (8 \times 0{,}85 + Z - 9) = 2{,}2 = cte$ **car Z^*_{ns} ne dépend plus de Z**

Le théorème de Koopmans permet de calculer l'énergie d'ionisation des structures de type :

[GN]ns^1

$$I_i = E_0 \frac{Z^{*2}}{n^{*2}} = \frac{K}{n^{*2}} \Rightarrow$$ **1 point**

2) Donner l'expression de K et calculer sa valeur en eV.

$K = E_0 Z^{*2}$ **0,5 point**

A.N: $K = 13{,}6 \times 2{,}2^2 = 65{,}824$ eV **0,5 point**

Exercice 2 :

2.2) Etablir la structure électronique de $^{A_2}_{Z_2}Y$, sachant qu'il se trouve dans la même colonne que $_{14}Si$ et à la sixième période. Déduire de cette structure celle de $^{A_1}_{Z_1}X$.

$_{14}Si: 1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2\ 3p^2 : [Ne]3s^2\ 3p^2$ **0,5 point**

La couche de valence de $^{A2}_{Z2}Y$ est de la forme $ns^2\ np^2$ comme Y est la sixième période, n = 6 ; d'où la structure de

$^{A2}_{Z2}Y : 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6s^2\ 6p^2$

Ou **1 point**

$^{A2}_{Z2}Y : [Xe]\ 5d^{10} 4f^{14}\ 6s^2\ 6p^2$ $Z = 82$

On en déduit la structure de

$^{A1}_{Z1}X: 1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6s^2$

Ou **1 point**

$^{A1}_{Z1}X$: [Xe] $4f^{14}5d^{10}\ 6s^2$ $Z_2 = 80$

2.3) Donner le rang N de la période et de la colonne R pour chacun de ces deux éléments.

Rangs N et R.

$^{A2}_{Z2}Y\ (6, 14)$; $^{A1}_{80}X\ (6, 12)$ **1 point**

2.4) $^{A_1}_{Z_1}X$ s'ionise en donnant généralement l'ion $^{A_1}_{Z_1}X^{2+}$. Donner la structure de l'ion formé si :

a) $^{A_1}_{Z_1}X$ perd les deux électrons de la sous couche ns.

On aura :

$^{A1}_{Z1}X^{2+}: 1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 4f^{14}\ 5d^{10}$ 1 point

b) $^{A_1}_{Z_1}X$ perd un électron de la sous couche ns et un électron de $(n-1)d$.

On a:

$^{A1}_{Z1}X^{2+}: 1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 4f^{14}\ 5d^9 6s^1$ 1 point

Scanné avec CamScanner

4) En utilisant les règles de Slater, calculer dans chacun des deux cas ci-dessus l'énergie totale des électrons des sous couches $ns\ (n-1)d$.

4) Pour la structure a) on a E_{3d};

$$E_{CV} = -10\frac{E_0 Z^{*2}}{n^{*2}}$$

$$Z^*_{5d} = 80 - (9 \times 0{,}35 + 68 \times 1) = 8{,}85$$

$$E_{5d} = -136\left(\frac{8{,}85}{4}\right)^2 = -665{,}74\ eV \qquad \textbf{1 point}$$

Pour b) on aura E_{5d6s}

$$E_{5d,6s} = -E_0\left[9 \times \left(\frac{Z^*_{5d}}{4}\right)^2 + \left(\frac{Z^*_{6s}}{4{,}2}\right)^2\right]$$

$$Z^*_{5d} = 80 - (8 \times 0{,}35 + 68 \times 1) = 9{,}2$$

$$Z^*_{6s} = 80 - (17 \times 0{,}85 + 60 \times 1) = 5{,}55$$

$$E_{5d,6s} = -13{,}6\left[9 \times \left(\frac{9{,}2}{4}\right)^2 + \left(\frac{5{,}55}{4{,}2}\right)^2\right] = -671{,}24\ eV \qquad \textbf{1 point}$$

Exercice 3 : Le soufre ($_{16}S$) dans la liaison chimique *(8 points)*

1) Définir la valence d'un élément, donner ls différents états de valence du soufre

La valence d'un élément chimique est le nombre maximal de liaisons covalentes qu'il peut former ou le nombre d'électrons célibataires de sa configuration électronique à l'état fondamental ou excité.

1 point

$_{16}S$: $[_{10}Ne]2s^2 3p^4$ 2 *électrons célibataires. Etat fondamental* $V = 2$

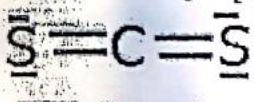
$_{16}S$: $[_{10}Ne]2s^2 3p^3 3d^1$ 4 *électrons célibataires Etat excité* $V = 4$

$_{16}S$: $[_{10}Ne]2s^1 3p^3 3d^2$ 6 *électrons célibataires Etat excité* $V = 6$

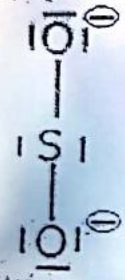
1 point

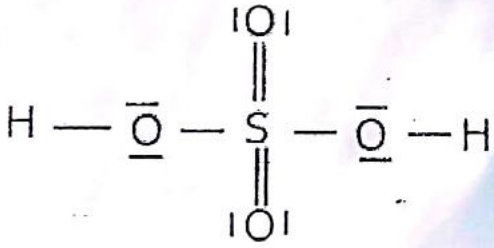
2) Donner la structure de Lewis des composés suivants : SO, S_2C, SO_3^{2-}, H_2SO_4.

$_6C$: $[_2He]2s^2 2p^2$, $_8O$: $[_2He]2s^2 2p^4$ $_{16}S$: $[_{10}Ne]2s^2 3p^4$



0,5 point



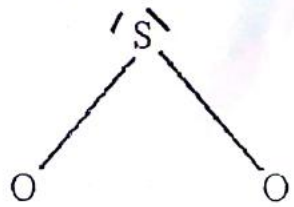


0,5 point **1 point**

2) A partir des règles de Gillespie, donner et représenter les géométries de SO_3^{2-}, H_2SO_4.

SO_3^{2-} AX_2E_2 en V

2 x 0,5



0,5 point

Scanné avec CamScanner

dessus l'énergie totale des

t

point

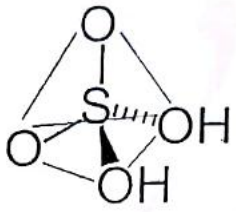
ufre
es qu'il peut former ou
ndamental ou excité.
1 point
al $V = 2$
$V = 4$
$V = 6$
1 point

$2s^2 3p^4$

$_2SO_4$.

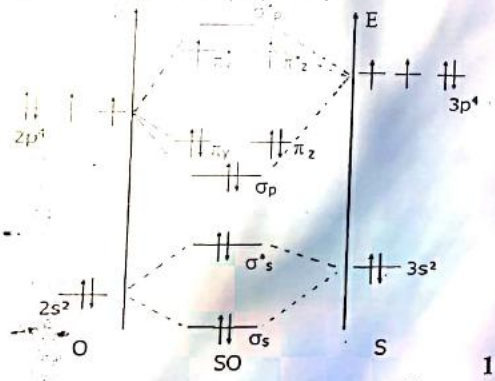
oint

– H_2SO_4 → AX_4
→ Tétraèdre irrégulier **2 x 0,5**



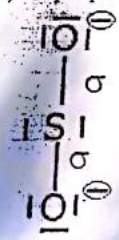
0,5 point

3) Dessiner le diagramme énergétique des orbitales moléculaires de la molécule SO sachant qu'il n'y a pas d'interaction sp et les énergies des OA (en eV) sont : $E_{2s}(O) = -1.24$, $E_{2p}(O) = -0,63$, $E_{3s}(S) = -1,88$ et $E_{3p}(S) = -0,44$



1 point

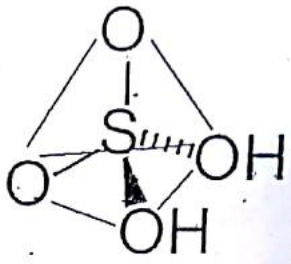
4) Donner l'hybridation de S dans SO_2^{2-}.
Autour de SO_3^{2-} ; on a 2 liaisons σ et 2 doublets libres → l'hybridation autour de S : sp^3 **0,5 point**
6) Expliquer la formation des liaisons dans SO_2^{2-}.



- 2 liaisons σ formées par recouvrement axial entre une orbitale p_x de O et une orbitale hybride sp^3 de S **0,5 point**

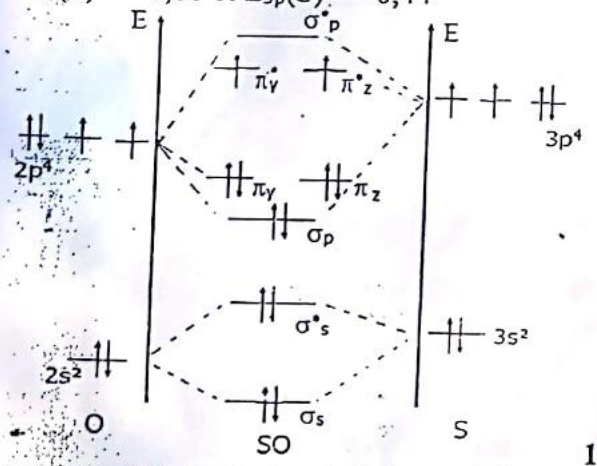
Scanné avec CamScanner

– H_2SO_4 → AX_4
→ Tétraèdre irrégulier **2 x 0, 5**



0,5 point

3) Dessiner le diagramme énergétique des orbitales moléculaires de la molécule SO sachant qu'il n'y a pas d'interaction sp et les énergies des OA (en eV) sont : $E_{2s}(O) = -1.24$, $E_{2p}(O) = -0,63$, $E_{3s}(S) = -0,88$ et $E_{3p}(S) = -0,44$



1 point

4) Donner l'hybridation de S dans SO_2^{2-}.
Autour de SO_3^{2-} ; on a 2 liaisons σ et 2 doublets libres → l'hybridation autour de S : **sp^3** **0,5 point**

6) Expliquer la formation des liaisons dans SO_2^{2-}.



- 2 liaisons σ formées par recouvrement axial entre une orbitale p_x de O et une orbitale hybride sp^3 de S **0,5 point**

Scanné avec CamScanner

Malang - N'diaye (t = mc²) - 150 f

Université Cheikh Anta Diop
Faculté des Sciences et Techniques
Département de Chimie - Dakar

Section L1-PCSM/2015-2016

Chimie Atomistique - 2ème Semestre, 1ère Session
Dimanche 09 Octobre 2016 - Durée 2 heures

L'usage du tableau périodique est interdit.

Exercice 1 : Configuration Electronique de l'Argent ($_{47}Ag$) → (10 points)

1°)- Ecrire la configuration électronique de l'argent dans son état fondamental prévue par la règle de Klechkowsky. Identifier les électrons de valence et les électrons de cœur.

2°)- L'argent présente une anomalie de remplissage. La configuration électronique réelle est $[_{36}Kr]\ 4d^{10}\ 5s^1$. Comment expliquer la stabilité supplémentaire de cette configuration comparée à celle de Klechkowsky ?

3°)- Quelle est la position de l'argent dans le tableau période. A quel bloc du tableau périodique appartient cet élément ?

4°)- Écrire la configuration électronique de l'ion Ag^+ dans son état électronique fondamental. En utilisant les règles de Slater, calculer l'énergie I_1 (en eV) de première ionisation de l'argent.

5°)- Expérimentalement, cette énergie vaut 7,6 eV. Proposer une explication justifiant la différence observée entre la valeur expérimentale et la valeur calculée avec le modèle de Slater.

Exercice 2 : Orbitales Atomiques de l'Atome d'Argent ($_{47}Ag$) → (10 points)

Recopier et compléter le tableau suivant dressé pour l'atome d'argent.

	Orbitale 1s	Orbitale $3p_z$	Orbitale $3d_{z^2}$	Orbitale 5s
Nombres quantiques (n, ℓ, m)				
Les coordonnées (r, θ, φ) dont dépend l'orbitale				
Représentation spatiale de l'orbitale				
Direction privilégiée dans l'espace ?		OZ	OZ	
Valeur du rayon de l'orbitale en Å				
Valeur de l'énergie de l'orbitale en eV				

Fin du Sujet et Bonne Chance

Scanné avec CamScanner

Chimie Atomistique - 2ème Semestre, 1ère Session
Dimanche 09 Octobre 2016 - Durée 2 heures

Aperçu du Corrigé

Exercice 1 : Configuration Electronique de l'Argent ($_{47}Ag$) → (10 points)

1°)- Écrire la configuration électronique de l'argent dans son état fondamental prévue par la règle de Klechkowsky. Identifier les électrons de valence et les électrons de cœur.

$_{47}Ag : 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,4s^2\,3d^{10}\,4p^6\,5s^2\,4d^9$ ou bien $[_{36}Kr]\,5s^2\,4d^9$ → **(1,5 points).**

Les électrons de valence sont $5s^2\,4d^9$ (soit 11 électrons) et ceux de cœur, $[_{36}Kr]$, soit (36 électrons). → **(0,5 point).**

2°)- L'argent présente une anomalie de remplissage. La configuration électronique réelle est $[_{36}Kr]\,4d^{10}\,5s^1$. Comment expliquer la stabilité supplémentaire de cette configuration comparée à celle de Klechkowsky ?

Les structures électroniques correspondant à des orbitales externes à demi remplis ou entièrement remplis sont plus stables que les autres. En conséquence, les éléments dont les structures électroniques sont proches de ces configurations stables basculent vers ces dernières au lieu de garder celle de Klechkowsky. Ainsi les sous couches $4d^{10}$ entièrement pleine et $5s^1$ à moitié remplie sont plus stables que la configuration donnée par Klechkowsky. → **(2 points).**

3°)- Quelle est la position de l'argent dans le tableau période. A quel bloc du tableau périodique appartient cet élément ?

Ag se trouve à la ligne L=5 (n=5) et à la colonne C=11 (= 10+1). → **(1 point).**

Il appartient au bloc *d* des métaux de transition. → **(1 point).**

4°)- Écrire la configuration électronique de l'ion Ag^+ dans son état électronique fondamental. En utilisant les règles de Slater, calculer l'énergie de première ionisation de l'argent.

$_{47}Ag^+ : 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,4s^2\,3d^{10}\,4p^6\,4d^{10}$ ou bien $[_{36}Kr]\,4d^{10}$ → **(1 point).**

$I_1 = E(Ag^+) - E(Ag)$ or $E(Ag^+) = E(Kr) + 10e_{4d}$ et $E(Ag) = E(Kr) + 10e_{4d} + e_{5s}$

$$I_1 = -e_{5s} = +13{,}6\left(\frac{Z^*_{5s}}{5^*}\right)^2 \rightarrow \textbf{(1 point).}$$

$$Z^*_{5s} = 47 - (0 \times 0{,}35 + 18 \times 0{,}85 + 28 \times 1) = 3{,}7 \rightarrow \textbf{(0,5 point).}$$

$$I_1 = 13{,}6\left(\frac{3{,}7}{4{,}0}\right)^2 = 11{,}63eV \rightarrow \textbf{(0,5 point).}$$

5°)- Expérimentalement, cette énergie vaut 7,6 eV. Proposer une explication justifiant la différence observée entre la valeur expérimentale et la valeur calculée avec le modèle de Slater.

L'erreur de mesure entre les deux valeurs est de 53,11 %, ce qui est énorme. La différence entre les deux mesures repose sur le fait que la méthode de Slater est une méthode de calculs théoriques basés sur des approximations qui font d'elle une méthode très controversée. → (1 point).

Scanné avec CamScanner

Exercice 2 : Orbitales Atomiques de l'Atome d'Argent ($_{47}Ag$) → (10 points)

Recopier et compléter le tableau suivant dressé pour l'atome d'argent.

	Orbitale 1s	Orbitale $3p_z$	Orbitale $3d_{z^2}$	Orbitale 5s
Nombres quantiques (n, ℓ, m_ℓ) → (4x0,5 point).	(1, 0, 0)	(3, 1, 0)	(3, 2, 0)	(5, 0, 0)
Les coordonnées (r, θ, φ) dont dépend l'orbitale → (4x0,5 point).	(r)	(r, θ, φ)	(r, θ, φ)	(r)
Représentation spatiale de l'orbitale → (4x0,5 point).				
Direction privilégiée dans l'espace ? → (4x0,5 point).	équiprobabilité des directions	L'axe Oz	L'axe Oz	équiprobabilité des directions
Rayon de l'orbitale (Å) → (4x0,25 point).	0,0113	0,1334	0,1845	2,292
Energie de l'orbitale (eV) → (4x0,25 point).	-29647,40	-1931,29	-1009,76	-11,63

Le rayon et l'énergie seront calculés à l'aide des formules suivantes :

$$R_{(n,\ell)} = 0{,}53 \cdot \frac{n^{*2}}{Z^*_{(n,\ell)}} (\text{Å}) \quad et \quad E_{(n,\ell)} = -13{,}6 \left(\frac{Z^*_{(n,\ell)}}{n^*} \right)^2 (\text{eV})$$

$$Z^*_{1s} = 47 - (1 \times 0{,}31) = 46{,}69$$
$$Z^*_{3p} = 47 - (7 \times 0{,}35 + 8 \times 0{,}85 + 2 \times 1) = 35{,}75$$
$$Z^*_{3d} = 47 - (9 \times 0{,}35 + 18 \times 1) = 25{,}85$$
$$Z^*_{5s} = 47 - (0 \times 0{,}35 + 18 \times 0{,}85 + 28 \times 1) = 3{,}7$$

Fin du Corrigé

Le plus important n'est pas de tout faire
Mais de réussir au moins chaque exercice abordé.

Scanné avec CamScanner

Université Cheikh Anta Diop
Faculté des Sciences et Techniques
Département de Chimie - Dakar

Section L_1PCSM/2014-2015

Chimie Atomistique - 1ère Session, 2ème Semestre
Mardi 06 Octobre 2015 - Durée 2 heures

L'usage du tableau périodique est interdit.

Exercice 1 : Autour de l'étain ($_{50}$Sn) → (7 points)

1)- Ecrire la configuration électronique dans l'état fondamental de l'étain. Préciser ses électrons de valence et de cœur.
2)- Représenter en utilisant les cases quantiques le remplissage des OA de valence. Indiquer le nombre d'électrons célibataires et d'électrons appariés.
3)- Citer un élément chimique très répandu qui possède la même configuration électronique de valence.
4)- Proposer une configuration électronique d'un état excité de l'étain.
5)- Préciser les quadruplets de nombres quantiques qui peuvent représenter un électron d'une orbitale 5p.
6)- L'étain conduit aux ions stanneux Sn^{2+} et stannique Sn^{4+}. Ecrire chaque configuration électronique et justifier leur stabilité.

Exercice 2 : Autour du Sodium ($_{11}$Na) → (7 points)

On désire calculer la longueur d'onde du rayonnement X émis par un ion sodium ionisé sur sa couche 1s au cours d'une transition 1s → 2s.
1)- Donner la configuration électronique du sodium à l'état fondamental.
2)- On ionise la couche 1s du sodium. Donner la configuration électronique de l'ion sodium Na^+. Calculer, selon le modèle de Slater, l'énergie des électrons d'un atome de sodium puis de l'ion Na^+. En déduire l'énergie minimum E_{1s} (en eV) à apporter à un atome de sodium neutre pour ioniser sa couche 1s. Si l'excitation est fournie par un photon, quelle doit être sa longueur d'onde λ_{1s} (en pm) ?
3)- Calculer l'énergie (en eV) de l'ion sodium ionisé sur sa couche 2s. A la suite de cette ionisation, un photon X est émis après une transition 1s → 2s. En déduire l'énergie E_X du photon X émis puis sa longueur d'onde λ_X (en pm).

Exercice 3 : Autour des rayons atomiques → (7 points)

1)- Dans le tableau périodique, justifier comment évoluent les rayons atomiques quand Z augmente : 1a)- le long d'une période ;
1b)- Et dans un groupe.
2)- Pour un même noyau atomique, que devient le rayon si un électron est enlevé ? Et si un électron est ajouté ? Justifier.
3)- En vous appuyant sur les règles ci-dessus, indiquez lequel est le plus grand dans chaque couple suivant: $_5B/_9F$, $_{55}Cs/_{17}Cl$, $_8O/_{52}Te$, $_5B^{3+}/_9F^-$, $_{55}Cs^+/_{17}Cl^-$, $_8O^{2-}/_{55}Te^{2-}$

Fin du Sujet et Bonne Chance

Scanné avec CamScanner

Aperçu du Corrigé

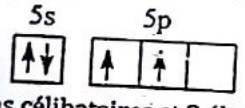
Exercice 1 : Autour de l'étain ($_{50}Sn$).→ (7 points)

1)- Ecrire la configuration électronique dans l'état fondamental de l'étain.

$_{50}Sn$: $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,4s^2\,3d^{10}\,4p^6\,5s^2\,4d^{10}\,5p^2$ ou bien $[_{36}Kr]\,4d^{10}\,5s^2\,5p^2$

La sous couche *d* étant saturée, les électrons de valence sont $5s^2\,5p^2$ (soit 4 électrons) et ceux de cœur, $[_{36}Kr]\,4d^{10}$, soit (46 électrons).

2)- Les OA de valence sous forme de cases quantiques :



On a 2 électrons célibataires et 2 électrons appariés.

3)- Un élément chimique très répandu avec une structure du type [GN] $ns^2\,np^2$ est le carbone.

4)- Une configuration électronique d'un état excité de l'étain : Il en existe une infinité dont celle-ci par exemple : $[_{36}Kr]\,5s^2\,4d^{10}\,5p^1\,6s\,4f\,5d^1\,6p\,7s$

5)- Les nombres quantiques (n, ℓ, m, s) qui peuvent représenter un électron d'une orbitale 5p.

$$n = 5\ et\ \ell = 1 \Rightarrow m = \begin{cases} -1\ et\ s = \pm\frac{1}{2} \Rightarrow \left(5, 1, -1, +\frac{1}{2}\right)\ et\ \left(5, 1, -1, -\frac{1}{2}\right) \\ 0\ et\ s = \pm\frac{1}{2} \Rightarrow \left(5, 1, 0, +\frac{1}{2}\right)\ et\ \left(5, 1, 0, -\frac{1}{2}\right) \\ +1\ et\ s = \pm\frac{1}{2} \Rightarrow \left(5, 1, +1, +\frac{1}{2}\right)\ et\ \left(5, 1, +1, -\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

Il ya au total 6 quadruplets possibles.

6)- Les configurations électroniques des ions :

Stanneux Sn^{2+} : $[_{36}Kr]\,4d^{10}\,5s^2$ et stannique Sn^{4+} : $[_{36}Kr]\,4d^{10}$

Sont très stables à cause de leurs sous couches externes entièrement remplies.

Exercice 2 : Autour du Sodium ($_{11}Na$).→ (7 points)

1)- La configuration électronique du sodium à l'état fondamental.

$_{11}Na$: $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^1$

2)- On ionise la couche 1s du sodium. Donner la configuration électronique de l'ion sodium Na^+.

$(_{11}Na^+)_{1s}$: $1s^1\,2s^2\,2p^6\,3s^1$

• L'énergie des électrons d'un atome de sodium : $E(Na) = 2E_{1s} + 8E_{2s2p} + E_{3s}$

$$z^*_{1s} = 11 - 0{,}31 = 10{,}69$$
$$z^*_{2s2p} = 11 - (7 \times 0{,}35 + 2 \times 0{,}85) = 6{,}85$$
$$z^*_{3s} = 11 - (0 \times 0{,}35 + 8 \times 0{,}85 + 2 \times 1) = 2{,}20$$
$$E(Na) = -13{,}6\left[2(10{,}69)^2 + 8\left(\frac{6{,}85}{2}\right)^2 + \left(\frac{2{,}20}{3}\right)^2\right] = -4391{,}92\ eV$$

• L'énergie des électrons de l'ion $(Na^+)_{1s}$: $E(Na^+)_{1s} = E_{1s} + 8E_{2s2p} + E_{3s}$

$$z^*_{1s} = 11 - 0 = 11$$
$$z^*_{2s2p} = 11 - (7 \times 0{,}35 + 1 \times 0{,}85) = 7{,}7$$
$$z^*_{3s} = 11 - (0 \times 0{,}35 + 8 \times 0{,}85 + 1 \times 1) = 3{,}2$$
$$E(Na^+)_{1s} = -13{,}6\left[(11)^2 + 8\left(\frac{7{,}7}{2}\right)^2 + \left(\frac{3{,}2}{3}\right)^2\right] = -4378{,}76\ eV$$

L'énergie minimum E_{1s} (en eV) à apporter à un atome de sodium neutre pour ioniser sa couche 1s.

Si l'excitation est fournie par un photon, quelle doit être sa longueur d'onde λ_{1s} (en pm) ?

Scanné avec CamScanner

$$\lambda_{1s} = \frac{hc}{I_{1s}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^{8}}{1118{,}16 \times 1{,}602 \cdot 10^{-19}} = 1109{,}7\ pm$$ (0,5)

3)- Calculer l'énergie (en eV) de l'ion sodium ionisé sur sa couche 2s.

$(_{11}Na^{+})_{2s}$: $1s^2\,2s^1\,2p^6\,3s^1$ $\quad E(Na^+)_{2s} = 2E_{1s} + 7E_{2s2p} + E_{3s}$

$$z^*_{1s} = 11 - 0{,}31 = 10{,}69$$

$$z^*_{2s2p} = 11 - (6 \times 0{,}35 + 2 \times 0{,}85) = 7{,}20$$

$$z^*_{3s} = 11 - (0 \times 0{,}35 + 7 \times 0{,}85 + 2 \times 1) = 3{,}05$$

$$E(Na^+)_{2s} = -13{,}6\left[2(10{,}69)^2 + 7\left(\frac{7{,}20}{2}\right)^2 + \left(\frac{3{,}05}{3}\right)^2\right] = -4356{,}16\ eV$$ (1)

En déduire l'énergie E_X du photon X émis puis sa longueur d'onde λ_X (en pm).

Le photon X a été émis après ionisation de la sous couche 2s suivi de la transition $1s \rightarrow 2s$

L'énergie E_X est telle que :

$$1s^2\,2s^1\,2p^6\,3s^1 + E_X \rightarrow 1s^1\,2s^2\,2p^6\,3s^1$$ (1)

$$E_X = E(Na^+)_{2s} - E(Na^+)_{1s} = 1082{,}4\ eV$$

$$\lambda_X = \frac{hc}{E_X} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^{8}}{1082{,}4 \times 1{,}602 \cdot 10^{-19}} = 1146{,}36\ pm$$ (0,5)

Exercice 3 : Autour des rayons atomiques.→ (7 points)

N.B. : Pour traiter cet exercice, on peut s'appuyer sur la formule

$$r = a_0 \frac{n^{*2}}{Z^*}$$

1)- Dans le tableau périodique :

1a)- Sur une période, r diminue quand Z augmente : à cause de l'augmentation continue de Z^* ; (1)

1b)- Et dans un groupe, r augmente quand Z augmente : on s'éloigne du noyau quand on descend une colonne (ou bien n augmente quand Z augmente). (1)

2)- Si un électron est enlevé, r diminue car Z^* augmente (puisque σ diminue). (1)

Si un électron est ajouté, r augmente car Z^* diminue (puisque σ augmente). (1)

3)- Lequel est le plus grand dans chaque couple suivant:

$r(B) > r(F)$ (règle 1a) ; $r(Cs) > r(Cl)$ (règle 1b) ; $r(Te) > r(O)$ (règle 1b) ; $r(F^-) > r(B^{3+})$ (règle 1a et 2) ; $r(Cl^-) > r(Cs^+)$ (règle 2 pour chaque atome) ; $r(Te^{2-}) > r(O^{2-})$ (la règle 1b est valide tant que les atomes ont la même charge). $6 \times 0{,}5 = 3$

Fin du Corrigé

L'objectif n'est pas de tout faire
Mais de réussir au moins
Chaque exercice abordé

Scanné avec CamScanner

A. 2014

Université Cheikh Anta Diop
Faculté des Sciences et Techniques
Département de Chimie – Dakar

Section L1-PCSM
2010/2011

Chimie Atomistique
2ème Semestre – 08 Août 2011
Durée : 2H

N.B. l'utilisation du tableau périodique n'est pas autorisée

Exercice-1 Nombres Quantiques – Orbitales Atomiques *(10 points)*

1)- Un électron dans un atome est caractérisé par quatre nombres quantiques (n, ℓ, m, m_s). Reppeler leur dénomination ainsi que les relations ou contraintes mathématiques qui lient ces nombres ?

2)- Reproduire le tableau suivant en complétant la ligne donnant le nombre maximal d'électrons N_e pouvant être accueillis, dans un même atome, dans les couches et sous couches définies par les nombres quantiques indiqués.

Nombres quantiques	$n = 4$	$(n = 3, \ell = 1, m = 0, m_s = -\frac{1}{2})$	$(n = 3, \ell = 1, m = -1)$	$(n = 2, \ell = 2)$	$(n = 3, \ell = 2)$
Nombre maximal d'électrons N_e					

3)- Dans l'atome de zinc (Z=30) à l'état fondamental, combien d'électrons sont caractérisés par le nombre quantique magnétique $m = +1$?

4)- L'azote et le calcium ont respectivement pour numéro atomique Z(N)=7 et Z(Ca)=20. Quelles sont les orbitales atomiques de valence avec leur remplissage électronique ? Donner la représentation conventionnelle de ces orbitales dans un repère cartésien (Oxyz).

Exercice-2 Configurations électroniques *(06 points)*

1)- L'ion Au^{3+} a le même nombre d'électrons que l'osmium $_{76}Os$. Donner la structure électronique de l'atome d'or (Au) dans son état fondamental la plus stable.

2)- Préciser la ligne et la colonne du tableau périodique de l'or ainsi que la série de transition de son appartenance.

3)- Calculer l'énergie minimale à fournir à l'atome d'or pour former l'ion Au^{3+}.

Exercice-3 Energies d'ionisation *(04 points)*

1)- Les quatre énergies d'ionisation successives du béryllium $_4Be$ sont données en eV :

$I_1 = 9{,}32\ eV$, $I_2 = 18{,}21\ eV$, $I_3 = 154{,}0\ eV$, $I_4 = 218{,}0\ eV$

1.a.)- Calculer à partir de ces données, l'énergie orbitalaire expérimentale du béryllium, E_{ex}

1.b.)- Calculer la même énergie théorique, E_{th} par la méthode de Slater et comparer les deux valeurs (E_{ex} et E_{th}) en calculant l'erreur relative $\frac{\Delta E}{E}$ (%) par rapport à la valeur expérimentale.

2)- Identifier (par leur numéro atomique) les trois éléments A, B et C consécutifs situés dans la troisième période de la classification périodique. On donne les énergies d'ionisation (en eV) correspondant aux 3ème, 4ème et 5ème ionisation de ces atomes.

Eléments	3ème Ionisation	4ème Ionisation	5ème ionisation
A	28,4	120,0	153,8
B	33,4	45,1	166,7
C	30,2	51,4	65,0

Scanné avec CamScanner

CORRIGE CHIMIE ATOMISTIQUE

2ème Semestre - 08 Août 2011

Exercice-1 Nombres Quantiques – Orbitales Atomiques (10 points)

1)- • **Dénomination des quatre nombres quantiques** (n, ℓ, m, m_s).

n : nombre quantique principal ;

ℓ : nombre quantique secondaire ou azimutal ;

m : nombre quantique magnétique ;

m_s : nombre quantique de spin.

• **Relations ou contraintes mathématiques sur les nombres**

$n > 0$; $0 \leq \ell \leq n-1$; $-\ell \leq m \leq +\ell$; $m_s = \pm\frac{1}{2}$

2)- • **Remplissage du tableau**

Nombres quantiques	$n = 4$	$(n = 3, \ell = 1, m = 0, m_s = -\frac{1}{2})$	$(n = 3, \ell = 1, m = -1)$	$(n = 2, \ell = 2)$	$(n = 3, \ell = 2)$
Nombre maximal d'électrons N_e	32	1	2	0	10

• **Justification des valeurs de N_e (non demandée)**

Colonne 1 : le nombre d'électron par couche est $2 \times n^2$;donc $N_e = 2 \times 4^2 = 32$

Colonne 2 : il ya 4 nombres quantiques différents ; donc $N_e = 1$

Colonne 3 : il s'agit de l'OA $3p_{-1}$; $N_e = 2$, (règle de Pauli)

Colonne 4 : l'OA atomique $2d$ n'existe pas ; donc $N_e = 0$

Colonne 5 : il s'agit de l'OA $3d$; $N_e = 10$, (règle de Pauli)

3)- Ecrivons la structure électronique du zinc (Z=30)

$_{30}Zn$: $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,4s^2\,3d^{10}$

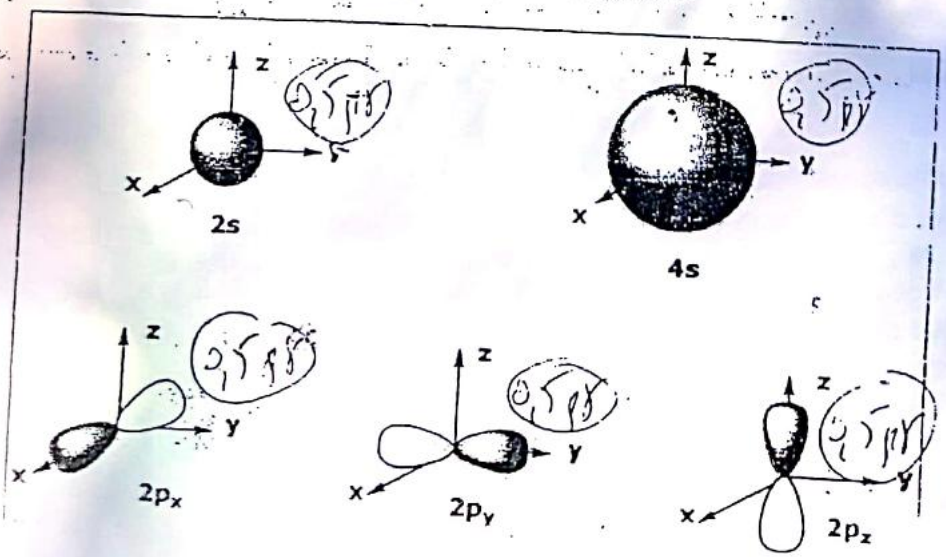
Les OA pour lesquelles $m = +1$ sont $2p_{+1}$, $3p_{+1}$ et $3d_{+1}$ contenant chacune 2 électrons (règle de Pauli), cela donne en tout 6 électrons.

4)- • Les OA de valence de l'azote ($_7N$) et du calcium ($_{20}Ca$) avec leur remplissage

$_7N$: $[_2He]\ 2s^2\,2p^3$ ↑↓ (2s) ↑ (2p$_x$) ↑ (2p$_y$) ↑ (2p$_z$)

$_{20}Ca$: $[_{18}Ar]\ 4s^2$ ↑↓ (4s)

• La représentation conventionnelle de ces orbitales



Scanné avec CamScanner

Exercice-2 Configurations électroniques

1)- • La structure électronique de l'atome d'or (Au)

L'ion Au^{3+} a perdu 3 électrons. Le numéro atomique de l'atome d'or est : Z=76+3=79. Sa structure électronique prévue par le remplissage de Klechkowsky sera :

$_{79}Au$: $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,4s^2\,3d^{10}\,4p^6\,5s^2\,4d^{10}\,5p^6\,6s^2\,4f^{14}\,5d^9$ ou $[_{54}Xe]\,6s^2\,4f^{14}\,5d^9$;

Cette configuration n'est cependant pas la plus stable. *Les AO ne sont plus stables quand elles sont à moitié ou totalement remplies.* Donc l'OA 5d avec 9 électrons va basculer vers la configuration contenant 10 électrons qui est plus stables car l'OA 5d sera dès lors entièrement remplie.

La configuration électronique la plus stable s'écrira comme suit : **$[_{54}Xe]\,4f^{14}\,5d^{10}\,6s^1$** ; en effet, le réarrangement électronique qui s'en suit va entraîner une inversion des OA de valence.

2)- • Position de $_{79}Au$ dans le tableau périodique ainsi que sa série d'appartenance

$_{79}Au$: $[_{54}Xe]\,4f^{14}\,5d^{10}\,6s^1$; L'or est à la **Ligne = 6, Colonne = 11**, et appartient à la 3ème série des **métaux de transition.** (Dans le tableau à 18 colonnes, les électrons des OA *nf* saturées ne comptent pas).

3)- • Calculer l'énergie minimale à fournir à l'atome $_{79}Au$ pour former l'ion $_{79}Au^{3+}$.

On aura l'équation suivante :

$$E_{fournie} + Au \longrightarrow Au^{3+} + 3e^- \qquad \text{Et donc} \qquad E_{min} = E(Au^{3+}) - E(Au) = (I_1 + I_2 + I_3)$$

Selon le découpage de Slater :

$_{79}Au$: $1s^2/2s^2\,2p^6/3s^2\,3p^6/3d^{10}/4s^2\,4p^6/4d^{10}/4f^{14}/5s^2\,5p^6/5d^{10}/6s^1$

$_{79}Au^{3+}$: $1s^2/2s^2\,2p^6/3s^2\,3p^6/3d^{10}/4s^2\,4p^6/4d^{10}/4f^{14}/5s^2\,5p^6/5d^8/6s^0$

$$E(Au^{3+}) = E(int) + 8e^+_{5d} \qquad \text{Et} \qquad E(Au) = E(int) + 10e_{5d} + e_{6s}$$

$$Z^*_{5d}(Au^{3+}) = 79 - (7 \times 0{,}35 + 1 \times 68) = 8{,}55$$

~~$Z^*_{5d}(Au) = 79 - (9 \times 0{,}35 + 1 \times 68) = 7{,}85$~~

$$Z^*_{6s}(Au) = 79 - (0 \times 0{,}35 + 18 \times 0{,}85 + 60 \times 1) = 3{,}70$$

$$E_{min} = E(Au^{3+}) - E(Au) = 8e^+_{5d} - 10e_{5d} - e_{6s} = -13{,}6 \cdot \left[8 \cdot \left(\frac{8{,}55}{4}\right)^2 - 10 \cdot \left(\frac{7{,}85}{4}\right)^2 - \left(\frac{3{,}70}{4{,}2}\right)^2\right]$$

$$E_{min} = 37{,}25\ eV$$

Exercice-3 Energies d'ionisation *(04 points)*

1)- • Par ionisation successives du béryllium $_4Be$ $(1s^2\,2s^2)$ on aura :

$$I_1 = E(Be^+) - E(Be)$$
$$I_2 = E(Be^{2+}) - E(Be^+)$$
$$I_3 = E(Be^{3+}) - E(Be^{2+})$$
$$I_4 = E(Be^{4+}) - E(Be^{3+})$$

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = E(Be^{4+}) - E(Be)$$

Or $E(Be^{4+}) = 0$ cela implique que $E(Be) = E_{ex} = -(I_1 + I_2 + I_3 + I_4)$

$$E_{ex} = -399{,}53\ eV$$

1-a)- • Par la méthode de Slater on aura $_4Be$: $/1s^2/2s^2/$

$$E(Be) = E_{th} = -13{,}6 \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{3{,}7}{1}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1{,}95}{2}\right)^2\right]$$

$$E_{th} = -398{,}225\ eV$$

1-b)- • Comparons les deux valeurs (E_{ex} et E_{th})

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{|E_{ex} - E_{th}|}{|E_{ex}|} = \frac{|-399{,}53 + 398{,}225|}{399{,}53} = 0.32\,\%$$

Les valeurs expérimentales et théoriques sont en bon accord.

Scanné avec CamScanner

Exercice-2 Configurations électroniques

1)- • La structure électronique de l'atome d'or (Au)

L'ion Au^{3+} a perdu 3 électrons. Le numéro atomique de l'atome d'or est Z=76+3=79. Sa structure électronique prévue par le remplissage de Klechkowsky sera :

$_{79}Au$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}\ 5d^9$ ou $[_{54}Xe]\ 6s^2\ 4f^{14}\ 5d^9$;

Cette configuration n'est cependant pas la plus stable. *Les AO ne sont plus stables quand elles sont à moitié ou totalement remplies.* Donc l'OA 5d avec 9 électrons va basculer vers la configuration contenant 10 électrons qui est plus stables car l'OA 5d sera dès lors entièrement remplie.

La configuration électronique la plus stable s'écrira comme suit : **$[_{54}Xe]\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6s^1$** ; en effet, le réarrangement électronique qui s'en suit va entraîner une inversion des OA de valence.

2)- • Position de $_{79}Au$ dans le tableau périodique ainsi que sa série d'appartenance

$_{79}Au$: $[_{54}Xe]\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6s^1$; L'or est à la **Ligne = 6, Colonne = 11**, et appartient à la 3ème série des **métaux de transition**. (Dans le tableau à 18 colonnes, les électrons des OA *nf* saturées ne comptent pas).

3)- • Calculer l'énergie minimale à fournir à l'atome $_{79}Au$ pour former l'ion $_{79}Au^{3+}$.

On aura l'équation suivante ;

$$E_{fournie} + Au \longrightarrow Au^{3+} + 3\,e^- \qquad \text{Et donc} \qquad E_{min} = E(Au^{3+}) - E(Au)$$

Selon le découpage de Slater :

$_{79}Au$: $1s^2/2s^2\ 2p^6/3s^2\ 3p^6/3d^{10}/4s^2\ 4p^6/4d^{10}/4f^{14}/5s^2\ 5p^6/5d^{10}/6s^1$

$_{79}Au^{3+}$: $1s^2/2s^2\ 2p^6/3s^2\ 3p^6/3d^{10}/4s^2\ 4p^6/4d^{10}/4f^{14}/5s^2\ 5p^6/5d^8/6s^0$

$$E(Au^{3+}) = E(int) + 8e^+_{5d} \qquad \text{Et} \qquad E(Au) = E(int) + 10e_{5d} + e_{6s}$$

$$Z^*_{5d}(Au^{3+}) = 79 - (7 \times 0{,}35 + 1 \times 68) = 8{,}55$$

$$Z^*_{5d}(Au) = 79 - (9 \times 0{,}35 + 1 \times 68) = 7{,}85$$

$$Z^*_{6s}(Au) = 79 - (0 \times 0{,}35 + 18 \times 0{,}85 + 60 \times 1) = 3{,}70$$

$$E_{min} = E(Au^{3+}) - E(Au) = 8e^+_{5d} - 10e_{5d} - e_{6s} = -13{,}6 \cdot \left[8 \cdot \left(\frac{8{,}55}{4}\right)^2 - 10 \cdot \left(\frac{7{,}85}{4}\right)^2 - \left(\frac{3{,}70}{4{,}2}\right)^2\right]$$

$$E_{min} = 37{,}25\ eV$$

Exercice-3 Energies d'ionisation (04 points)

1)- • Par ionisation successives du béryllium $_4Be$ ($1s^2\ 2s^2$) on aura :

$$I_1 = E(Be^+) - E(Be)$$
$$I_2 = E(Be^{2+}) - E(Be^+)$$
$$I_3 = E(Be^{3+}) - E(Be^{2+})$$
$$I_4 = E(Be^{4+}) - E(Be^{3+})$$

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = E(Be^{4+}) - E(Be)$$

Or $E(Be^{4+}) = 0$ cela implique que $E(Be) = E_{ex} = -(I_1 + I_2 + I_3 + I_4)$

$$E_{ex} = -399{,}53\ eV$$

1-a)- • Par la méthode de Slater on aura $_4Be$: $/1s^2/2s^2/$

$$E(Be) = E_{th} = -13{,}6 \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{3{,}7}{1}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1{,}95}{2}\right)^2\right]$$

$$\text{Or} \qquad E_{th} = -398{,}225\ eV$$

1-b)- • Comparons les deux valeurs (E_{ex} et E_{th})

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{|E_{ex} - E_{th}|}{|E_{ex}|} = \frac{|-399{,}53 + 398{,}225|}{399{,}53} = 0{,}32\ \%$$

Les valeurs expérimentales et théoriques sont en bon accord.

Scanné avec CamScanner

2)- Identifier (par leur numéro atomique) les trois éléments A, B et C consécutifs situés dans la 3ème période de la classification périodique.

Les 3 éléments A B et C sont sur la 3ème période, donc leur configuration électronique s'écrit comme suit :

$[_{10}Ne]\ 3s^x\ 3p^y$ avec x+y=8

Il suffit d'examiner comment évolue les différentes énergies d'ionisation indiquées dans le tableau pour déterminer la valeur de (x+y) qui représente le nombre d'électrons sur la couche de valence.

Par exemple pour A : on passe de 28,4 eV (3ème ionisation) à 120,0 eV (4ème ionisation). Ce changement important d'énergie signifie que le 4ème électron a été arraché sur une couche inférieure à 3 donc sur 2p en conséquence. On peut donc dire que A possède **3 électrons** sur la couche de valence **3s3p** : x=2 et y=1. A est donc l'aluminium (Z=13).

Puisque A, B et C sont consécutifs, on peut s'arrêter et conclure que Z(A)=13, Z(B)=14 et Z(C)=15. Mais on peut encore confirmer ce résultat en analysant les valeurs d'énergie d'ionisation :

Pour B par exemple : on voit aussi que le 5ème électron a été extrait sur une couche inférieure à 3 et donc 2p. B possède donc **4 électrons** sur la couche de valence **3s3p**, x=2 et y=2.

Pour C par exemple : Les 3ème, 4ème et 5ème électrons ont été extrait d'une même couche 3s3p, puisqu'il n'y a pas de variation brusque d'énergie d'ionisation.

FIN du CORRIGE

(1½)

Scanné avec CamScanner

2)- Identifier (par leur numéro atomique) les trois éléments A, B et C consécutifs situés dans la 3ème période de la classification périodique.

Les 3 éléments A B et C sont sur la 3ème période, donc leur configuration électronique s'écrit comme suit :

- $[_{10}Ne]\ 3s^x\ 3p^y$ avec x+y=8

Il suffit d'examiner comment évolue les différentes énergies d'ionisation indiquées dans le tableau pour déterminer la valeur de (x+y) qui représente le nombre d'électrons sur la couche de valence.

Par exemple pour A : on passe de 28,4 eV (3ème ionisation) à 120,0 eV (4ème ionisation). Ce changement important d'énergie signifie que le 4ème électron a été arraché sur une couche inférieure à 3 donc sur 2p en conséquence. On peut donc dire que A possède **3 électrons** sur la couche de valence **3s3p** : x=2 et y=1. A est donc l'aluminium (Z=13).

Puisque A, B et C sont consécutifs, on peut s'arrêter et conclure que Z(A)=13, Z(B)=14 et Z(C)=15. Mais on peut encore confirmer ce résultat en analysant les valeurs d'énergie d'ionisation :

Pour B par exemple : on voit aussi que le 5ème électron a été extrait sur une couche inférieure à 3 et donc 2p. B possède donc **4 électrons** sur la couche de valence **3s3p**, x=2 et y=2.

Pour C par exemple : Les 3ème , 4ème et 5ème électrons ont été extrait d'une même couche 3s3p, puisqu'il n'y a pas de variation brusque d'énergie d'ionisation.

FIN du CORRIGE

(1½)

Scanné avec CamScanner