UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP **Année universitaire 2021-2022**
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES **Section : L1PCSM**
Département de physique

SERIE N°1, TD de Mécanique du point matériel

Exercice 1 : Outils mathématiques (les vecteurs)

Dans un repère orthonormé direct R(O, $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$), on donne les points suivants : A(-1, 0, -1); B(0, 1, 1) et C(1, 14, -1)

1°) Calculer $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$. En déduire l'angle $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}})$.

2°) Montrer que les points O, A, B et C, ne sont pas coplanaires.

3°) Calculer l'aire du triangle (OAB) puis le volume du parallélépipède défini par $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$.

Exercice 2: Mouvement plan – Repères cartésien et de Frénet

Sur un plan (xOy) d'un repère orthonormé direct R(O, $\vec{e}_x, \vec{e}_y$), un point matériel M décrit un mouvement curviligne défini par l'équation horaire: $\overrightarrow{OM} = 2t\vec{e}_x + 4t(t-1)\vec{e}_y$ où t est le temps en seconde.

1°) Déterminer l'équation de la trajectoire de M puis en déduire sa nature.

2°) Déterminer en fonction du temps, les composantes cartésiennes des vecteurs vitesse $\vec{V}(M)$ et accélération $\vec{a}(M)$.

3°) Sur quels intervalles de temps le mouvement du mobile est-il : a) accéléré ?, b) retardé ?

4°) Déduire des résultats précédents les composantes de l'accélération dans la base locale de Frénet puis le rayon de courbure $\rho(t)$ de la trajectoire.

Exercice 3 : Mouvement curviligne – Bases polaires

Soit un repère orthonormé direct R(O, $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$). Un point matériel M décrit, dans le plan (xOy), un mouvement suivant la trajectoire (**voir Figure 1**) d'équation polaire :

$r(\theta) = \frac{1}{2} r_o(1 + cos\theta)$ où r_o est une longueur donnée, $0 \leq \theta \leq \pi$ et $\dot{\theta} > 0$

1°) Vérifier que le vecteur vitesse $\vec{V}(M)$, dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$, peut se mettre sous la forme :

$$\vec{V}(M) = r_o\dot{\theta}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[-\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\vec{e}_r + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\vec{e}_\theta\right]$$

2°) Déterminer le module du vecteur vitesse de M. En déduire le vecteur unitaire $\vec{\tau}$ tangent à la trajectoire et l'angle $(\widehat{\vec{e}_\theta, \vec{\tau}})$

3°) Déterminer les composantes tangentielle a_τ et normale a_n du vecteur accélération $\vec{a}(M)$. En déduire le rayon de courbure ρ et le vecteur unitaire $\vec{n}$ normal à la trajectoire.

4°) Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne $S(\theta)$ sachant que $S(\theta = 0) = 0$ puis calculer la longueur totale de la trajectoire.

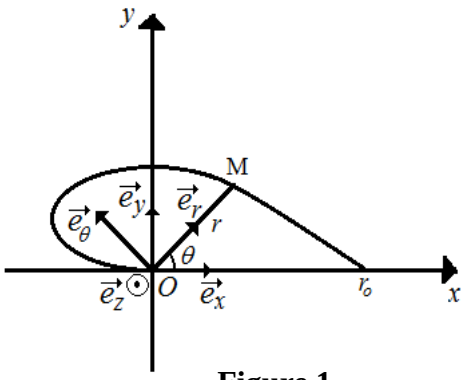


Figure 1

Exercice 4: **Composition de mouvements – Changement de repère**

Soient un référentiel R(O,x,y,z) supposé galiléen muni de la base orthonormée directe $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ et un référentiel $R_1(O,x_1,y_1,z_1)$ relatif muni de la base orthonormée directe $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. Les axes (Oz) et (Oz_1) restent colinéaires au cours du temps. On considère la base de Frénet $(\vec{e}_\tau, \vec{e}_n, \vec{e}_z)$ comme l'indique la **figure 2**. Sur le plan vertical (xOy), un fil rigide circulaire de centre C et de rayon a est maintenue fixe. Un anneau M de masse m glissant sans frottement sur le fil circulaire, est repéré par : $\overrightarrow{OM} = 2asin\theta\vec{e}_r$ où $\theta = (\vec{e}_x, \widehat{\overrightarrow{OM}})$

1°) Déterminer les expressions de la vitesse relative $\vec{V}_r(M)$, de la vitesse absolue $\vec{V}_a(M)$ dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

2°) Déterminer le vecteur unitaire $\vec{e}_\tau$ tangent et le vecteur unitaire $\vec{e}_n$ normal à la trajectoire.

3°) Déterminer les expressions des accélérations relative $\vec{a}_r(M)$, d'entraînement $\vec{a}_e(M)$ et de Coriolis $\vec{a}_c(M)$ dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. En déduire l'accélération absolue $\vec{a}_a(M)$.

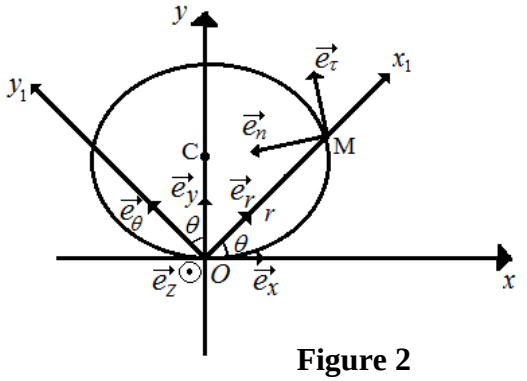


Figure 2