UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Année Universitaire 2022-2023

Examen de Mécanique du point, 2ème Session, Semestre 1,

Section : L1PCSM ; Durée : 2 H

Exercice 1 : (Outils mathématiques)(7pts)

Dans un repère orthonormé direct R(O, $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$), on donne les points suivants :

A(2, 3, -1); **B(3, -2, 2)** et **C(4, -3, 3)**

1-1°) Calculer les modules des vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$.

1-2°) Déterminer les vecteurs unitaires $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ et $\vec{u}_3$ portés respectivement par les vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$.

1-3°) Calculer le produit vectoriel $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$. En déduire l'aire du triangle (OAB).

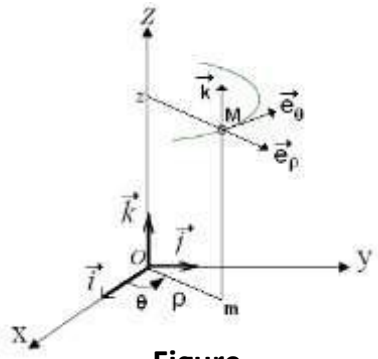
1-4°) Calculer le volume du parallélépipède défini par $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\right)$.

Exercice 2 : (Cinématique)(13pts)

Dans la base $\left(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z\right)$ avec $\vec{e}_z = \vec{k}$, d'un repère cylindrique, un objet mobile assimilé à un point matériel M, décrit un mouvement sur la surface latérale d'un cylindre autour de l'axe vertical (oz) **(voir figure)**. Le mouvement du point M, est décrit, en coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \rho = R \\ \theta = \omega t \\ z = H\left(1 - \dfrac{\theta}{2\pi}\right) \end{cases}$$

où les paramètres R, ω et H sont des constantes positives.



Figure

2-1°) Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ du mobile dans la base cylindrique en fonction de R, ω et H.

2-2°) Ecrire les coordonnées cartésiennes (x, y, z) en fonction des coordonnées cylindriques (ρ, θ, z). En déduire une expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans la base cartésienne $\left(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

2-3°) Exprimer le vecteur vitesse instantanée $\vec{V}$ du point M :

2-3-a) dans la base cylindrique ;

2-3-b) dans la base cartésienne.

2-4°) Calculer le module du vecteur vitesse instantanée. Conclure sur la nature du mouvement.

2-5°) Exprimer le vecteur accélération instantanée $\vec{a}$ du point M :

2-5-a) dans la base cylindrique ;

2-5-b) dans la base cartésienne.

2-6°) Calculer le produit scalaire des vecteurs vitesse et accélération instantanées. Que peut-on conclure sur la direction du vecteur accélération instantanée $\vec{a}$?

2-7°) Exprimer les vecteurs tangentiel $\vec{e}_t$ et normal $\vec{e}_n$ de la base de Frénet liée à M dans la base cylindrique $\left(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z\right)$. En déduire le rayon de courbure R_C instantané de la trajectoire du point M, en fonction de R et H.

Bonne chance !!!!!