UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP **Année universitaire 2023-2024**
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES **Section : L1PCSM**
Département de physique

SERIE N°3, TD de Mécanique du point matériel

Exercice 1 : Pendule simple - Lois de la dynamique (PFD ; TEC ; TMC)

On considère un pendule simple constitué d'un fil inextensible de longueur *l* et d'un corps de masse m accroché au bout ''libre''. On lance le corps à partir de la verticale avec une vitesse initiale v_o. Il effectue un mouvement oscillatoire dans un plan vertical. Déterminer l'équation différentielle de ce mouvement en utilisant :

1°) le théorème du centre d'inertie (ou PFD);

2°) le théorème du moment cinétique ;

3°) le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 2 : Mouvement à force centrale-Energie

Le mouvement d'une particule ponctuelle M de masse m, soumise à une force centrale $\vec{F}$, s'effectue sur le plan (xOy). Le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ et le vecteur vitesse $\vec{V}(M)$ forment un angle α constant tel que : $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

1°) Démontrer que la force peut s'écrire sous la forme :

$\vec{F} = -m\left(\frac{C}{\sin\alpha}\right)^2 \frac{1}{r^3}\vec{e}_r$ où C est la constante des aires.

2°) Déterminer l'équation polaire de la trajectoire de M puis en déduire sa nature.

On donne : à t = 0, $r = r_o$; $\dot{r} = \dot{r_o}$ et $\theta = 0$; $\dot{\theta} = \dot{\theta_o} > 0$

3°) Déterminer l'énergie totale de la particule. Est-elle conservée ?

Exercice 3 : Forces d'inertie

Soient un repère $\Re(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ fixe et un repère $\Re_1(O, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k})$ relatif. Une tige circulaire de rayon b et de centre C, est maintenue fixe dans le plan horizontal (xOy). Un anneau assimilé à un point M de masse m glisse sans frottement sur la tige. Le point M est repéré, dans le repère $\Re$, par : $\overrightarrow{OM} = 2b\cos\varphi\,\vec{e}_\rho$ où l'angle $\varphi = (\vec{i}, \widehat{\overrightarrow{OM}})$ tel que $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$. L'une des extrémités d'un ressort de raideur k et de longueur à vide *b,* est liée au point M ; l'autre extrémité étant fixée au point O. L'anneau M est soumis à une force de rappel $\vec{F}$ exercée par le ressort, à une réaction $\vec{R}$ de la tige et à son poids $\vec{P} = -mg\vec{k}$. On considère la base de Frénet $(\vec{e}_t, \vec{e}_n, \vec{k})$ comme l'indique la figure ci-dessous.

N.B : les expressions vectorielles doivent être exprimées dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k})$.

1°) Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(M)$ dans le repère $\Re$. En déduire les expressions des vecteurs tangent $\vec{e}_t$ et normal $\vec{e}_n$ à la trajectoire au point M.

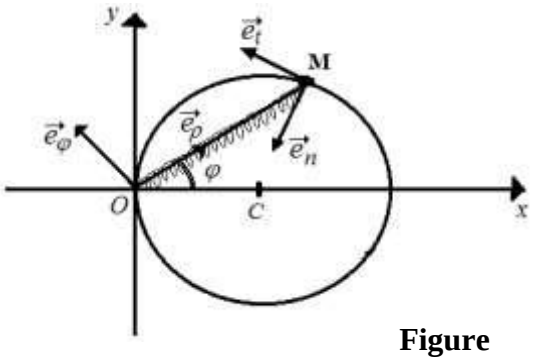
2°) Déterminer le vecteur vitesse de rotation $\vec{\Omega}$ du repère $\Re_1$ par rapport au repère $\Re$.

3°) Déterminer les vecteurs accélérations relative $\vec{a}_r(M)$, d'entraînement $\vec{a}_e(M)$ et de Coriolis $\vec{a}_c(M)$.

4°) Faire le bilan de toutes les forces appliquées à M puis donner leurs expressions dans $\Re_1$.

5°) En appliquant le PFD (ou la RFD), démontrer que l'équation différentielle du mouvement de M, peut se mettre sous la forme : $\ddot{\varphi} + \frac{k}{2m}(1 - 2\cos\varphi)\sin\varphi = 0$. En déduire l'équation différentielle pour le cas des valeurs très faibles de l'angle φ.

6°) Déterminer les composantes de la réaction $\vec{R}$ du support sur le point M suivant $\vec{e}_n$ et $\vec{k}$.



Figure